

注意

集合 X, Y に対して, X と Y の差集合を $X - Y$ で表す. その他, 記号・用語等は講義内で説明したものに
従うものとする.

問題

1. 次の合同式を満たす整数 x をそれぞれ 1 つ求めよ.

(a) $149x \equiv 1 \pmod{192}$ (b) $68x \equiv 57 \pmod{83}$

2. 5 次の対称群 S_5 の要素

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

を考える. S_5 の部分群 $H = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ の演算表を示せ.

3. 集合 $L = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ における整除関係 (約数関係) $|$ を考える. すなわち, $x, y \in L$ に対して, x が y の約数であるとき, $x | y$ と定める. このとき, $(L; |)$ は順序集合であり, さらに束である. 以下の問いに答えよ.

(a) $(L; |)$ のハッセ図を描け.

(b) 順序関係 $|$ に関して, L の部分集合 $\{6, 9\}$ の上限 $\sup(\{6, 9\})$, 下限 $\inf(\{6, 9\})$ をそれぞれ求めよ.

(c) L の部分集合 $M = L - \{1\}$ を考える. M における整除関係を再び $|$ で表す. このとき, $(M; |)$ は束でないことを示せ.

4. 節点集合 V と辺集合 E が

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}, \quad E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_2, v_5), (v_3, v_4)\}$$

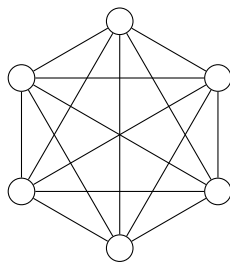
で与えられる単純無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

(a) G を図示せよ.

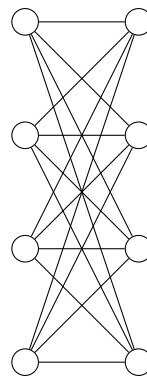
(b) G の隣接行列 A を求めよ.

(c) v_1 から v_2 へ至る長さ 3 の径路は何通りあるか求めよ.

5. 次のグラフについて, オイラーグラフであるかどうか理由とともに答えよ.



(a) 完全グラフ K_6



(b) 完全 2 部グラフ $K_{4,4}$