線形代数 I 演習 No. 11

2020 年 7 月 23 日

11　行列式の応用

問題

11-1. 行列 $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ の余因子行列 $\tilde{A}$ を求めよ．また，逆行列 A^{-1} を求めよ．

11-2. クラメールの公式を用いて次の連立 1 次方程式を解け．

(1) $\begin{cases} 2x - \ \ y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 5x + 2y - \ \ z = 0 \\ 2x + 3y - 5z = 1 \\ 3x + \ \ y + \ \ z = 0 \end{cases}$

11-3. x_1, x_2 を異なる実数とする．任意の実数 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ に対して，

$$f(x_1) = \alpha_1, \quad f'(x_1) = \beta_1, \quad f(x_2) = \alpha_2, \quad f'(x_2) = \beta_2$$

を満たす 3 次以下の多項式 $f(x)$ がただ 1 つ存在することを示せ．

レポート問題（期限：7 月 28 日（火）23:59）

11-a. 行列 $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ の余因子行列 $\tilde{A}$ を求めよ．また，逆行列 A^{-1} を求めよ．

11-b. クラメールの公式を用いて次の連立 1 次方程式を解け．

(1) $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 4x + 2y \qquad = 1 \\ 3x + 2y + \ \ z = 2 \\ 3x - 5y - 4z = -5 \end{cases}$

11-c. x_1, x_2 を異なる実数とする．任意の実数 $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2$ に対して，

$$f(x_1) = \alpha_1, \quad f'(x_1) = \beta_1, \quad f''(x_1) = \gamma_1, \quad f(x_2) = \alpha_2$$

を満たす 3 次以下の多項式 $f(x)$ がただ 1 つ存在することを示せ．