

線形代数 I 演習 No. 6

2020年6月18日

6 掃き出し法の応用

問題

6-1. 次の同次連立1次方程式が自明でない解をもつための定数 a の条件を求め、そのときの一般解を求めよ.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$$

6-2. 連立1次方程式
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 - x_4 = 2 \\ -3x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = -2 \end{cases}$$
 について次の問いに答えよ.

(1) 特殊解を1つ求めよ.

(2) 同様な同次連立1次方程式の一般解を求めて、元の方程式の一般解を求めよ.

6-3. 行列 A, B に対し, $\text{rank} \begin{bmatrix} A & O \\ O & B \end{bmatrix} = \text{rank } A + \text{rank } B$ が成り立つことを示せ.

レポート問題 (期限: 6月23日(火) 23:59)

6-a. 次の同次連立1次方程式が自明でない解をもつための定数 a の条件を求め、そのときの一般解を求めよ.

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 - 4x_3 - 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 0 \\ -x_1 - 5x_2 + 4x_3 + ax_4 = 0 \end{cases}$$

6-b. 連立1次方程式
$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_4 = 0 \end{cases}$$
 について次の問いに答えよ.

(1) 特殊解を1つ求めよ.

(2) 同様な同次連立1次方程式の一般解を求めて、元の方程式の一般解を求めよ.

6-c. 行の数が等しい行列 A, B に対し, $\text{rank } A \leq \text{rank} \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}$ が成り立つことを示せ.