

離散数学入門 b レポート課題 No. 2

2019 年 7 月 2 日配布

提出日：2019 年 7 月 16 日

注意

- 7 月 16 日の講義の際に提出すること。
- 1 枚目に所属・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用すること。
- 自然数は 1 以上の整数とする。自然数 m を法とする合同関係による \mathbb{Z} の商集合を \mathbb{Z}_m で表し、整数 a の同値類を $[a]$ で表す。グラフとして、無向単純グラフのみを考える。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

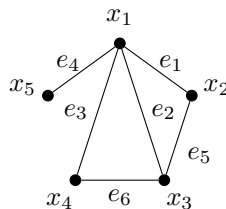
問題

1. i を虚数単位とする。

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{bmatrix}$$

として、 $Q_8 = \{E, -E, I, -I, J, -J, K, -K\}$ とする。 Q_8 上の演算として行列の乗法を考えたとき、 Q_8 の演算表を書け。また、 Q_8 が行列の乗法に関して群であることを示せ。

2. 可換環 \mathbb{Z}_6 の加法と乗法について、それぞれ演算表を書け。(演算表では $[]$ を省略してもよい.)
3. 可換体 \mathbb{Z}_{59} において、 $[46]$ の乗法に関する逆元を求めよ。
4. A を 105 の正の約数全体がなす集合とする。以下の問いに答えよ。
 - (a) A 上の整除関係 $|$ を考えると、 A は半順序集合である。 A のハッセ図を描け。
 - (b) $a, b \in A$ に対して、 $a \vee b$ を a と b の最小公倍数、 $a \wedge b$ を a と b の最大公約数とする。このとき、 A は演算 \vee, \wedge に関してブール代数であることを示せ。
5. 次のグラフを図示せよ。
 - (a) $G = (V, E)$, $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$.
 - (b) 完全グラフ K_6 .
 - (c) 完全 2 部グラフ $K_{3,4}$.
6. 次のグラフ G について、以下の問いに答えよ。



- (a) G の隣接行列を求めよ。
- (b) G の接続行列を求めよ。
- (c) G の全域木をすべて図示せよ。