

離散数学入門 b レポート課題 No. 1

2019 年 5 月 14 日配布

提出日：2019 年 5 月 28 日

注意

- 5 月 28 日の講義の際に提出すること。
- 1 枚目に所属・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用すること。
- 自然数は 1 以上の整数とする。集合 X, Y に対して、 X と Y の差集合を $X \setminus Y$ 、 X と Y の直積を $X \times Y$ 、 X のべき集合を 2^X でそれぞれ表す。全体集合 U の部分集合 X に対して、 X の補集合を \overline{X} で表す。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

問題

1. $U = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 9\}$ を全体集合とする。 U の部分集合

$$A = \{2, 4, 6, 7\}, B = \{2, 6, 8, 9\}, C = \{x \mid x \in U, x \text{ は素数} \}$$

に対して、次の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) (A \cup B) \cap C \quad (b) (B \cup C) \setminus A \quad (c) \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$$

2. $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}$ とする。以下の問いに答えよ。
(a) B のべき集合 2^B を求め、要素を列挙して表せ。
(b) A と B の直積 $A \times B$ を求め、要素を列挙して表せ。
3. R を集合 A 上の半順序関係とする。このとき、逆関係 R^{-1} も半順序関係であることを示せ。
4. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 上の同値関係

$$R = \{(1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (4, 4), (5, 1), (5, 5), (6, 6)\}$$

を考える。商集合 A/R を求め、要素を列挙して表せ。また、その濃度 (要素数) $|A/R|$ を求めよ。(R が同値関係であることは証明しなくてもよい。)

5. p, q, r を命題変数とする。(a)–(c) の真理値表を作成せよ。

$$(a) (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p) \quad (b) (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r)) \quad (c) (p \rightarrow q) \wedge \neg(p \rightarrow r)$$

6. 以下の命題の否定を作り、その真偽を判定せよ。

$$(a) \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y = 0$$

$$(b) \exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x \leq y$$