

離散数学入門 a レポート課題 No. 1 (訂正版)

提出日：2017年5月23日

注意

- 5月23日の講義の際に提出すること。
- 1枚目に所属コース・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4レポート用紙を使用し、表面のみに解答すること。
- 自然数は1以上の整数とする。集合 X, Y に対して、 X と Y の差集合を $X \setminus Y$ 、 X と Y の直積を $X \times Y$ 、 X のべき集合を 2^X でそれぞれ表す。全体集合 U の部分集合 X に対して、 X の補集合を \overline{X} で表す。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。
- 第3問が誤っていたので \mathbb{Z} をすべて \mathbb{N} に訂正しました。

問題

1. $U = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 16\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{x \mid x \in U, x \text{ は奇数}\}$, $B = \{x \mid x \in U, 7 \leq x \leq 11\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $D = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ に対して、次の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) (A \cap B) \cup (C \cap D) \quad (b) C \cap (\overline{A} \cup \overline{D}) \quad (c) (A \cup B \cup C \cup D) \setminus (B \cup D)$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ とする。以下の問いに答えよ。

- (a) べき集合 2^A を求め、要素を列挙して表せ。
- (b) $2^A \cup 2^B$ の要素数 $|2^A \cup 2^B|$ を求めよ。

3. \mathbb{N} 上の整除関係 $|$ を、任意の $x, y \in \mathbb{N}$ に対して、

$$x \mid y \leftrightarrow \exists q \in \mathbb{N}, y = qx$$

で定義する。以下の問いに答えよ。

- (a) $|$ は \mathbb{N} 上の半順序関係であることを示せ。
 - (b) $|$ は \mathbb{N} 上の全順序関係でないことを示せ。
 - (c) $|$ は \mathbb{N} 上の同値関係でないことを示せ。
4. 集合 $X = \{A, B, C, D, E\}$ 上の同値関係

$$R = \{(A, A), (A, D), (B, B), (C, C), (C, E), (D, A), (D, D), (E, C), (E, E)\}$$

を考える。商集合 X/R を求め、要素を列挙して表せ。また、その要素数 $|X/R|$ を求めよ。
(A, B, C, D, E は相異なる要素とする。また、 R が同値関係であることは証明しなくてもよい。)

5. p, q, r を命題変数とする。(a)–(c) の真理値表を作成せよ。また、命題 $(p \wedge q) \rightarrow r$ と同値であるものを (a)–(c) の中からすべて選べ。

$$(a) (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \quad (b) (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \quad (c) (p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q$$