

集合と論理的思考 レポート課題

2016年7月5日配布

提出日：2016年7月19日

注意

- 7月19日の講義の際に提出すること。
- 1枚目に所属コース・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4レポート用紙を使用し、表面のみに解答すること。
- 自然数は1以上の整数とする。集合 X, Y に対して、 X と Y の差集合を $X - Y$ 、 X と Y の対称差を $X \triangle Y$ 、 X と Y の直積を $X \times Y$ 、 X のべき集合を $\mathcal{P}(X)$ でそれぞれ表す。普遍集合を U とする集合 X の補集合を X^c で表す。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

問題

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を普遍集合とする。 $A = \{1, 3, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 6, 8\}$, $C = \{1, 4, 5, 7, 8\}$ に対して、以下の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) (A \cup B) \cap C \quad (b) A - (B - C) \quad (c) (A \cup B)^c \quad (d) (A \triangle B) \triangle C$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ に対して、以下の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) A \times B \quad (b) \mathcal{P}(A)$$

3. p, q, r を命題変数とする。 $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ と同値であるものを (a)–(d) からすべて選び、同値であることを示せ。

$$(a) (p \rightarrow q) \rightarrow r \quad (b) q \rightarrow (p \rightarrow r) \quad (c) \neg(p \wedge q) \vee r \quad (d) (p \vee \neg q) \vee r$$

4. 変数 x, y の変域を \mathbb{R} とする。以下の命題の真偽を判定し、理由とともに答えよ。

$$(a) \forall x (x \geq 1 \rightarrow x^2 + 2x - 3 \geq 0) \quad (b) \exists x (x^2 + 1 = 0) \\ (c) \forall x \exists y (x + y = 1) \quad (d) \exists x \forall y (x + y = 1)$$

5. 以下の写像 (a), (b) に対して、(i)–(iv) から当てはまるものを1つずつ選び、理由を説明せよ。

$$(a) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = 2x + 1 \quad (b) g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}; g(x) = 2x + 1$$

- (i) 単射でも全射でもない。 (ii) 単射であるが全射でない。
(iii) 全射であるが単射でない。 (iv) 全単射である。

6. 集合 $X = \{a, b, c, d\}$ 上の関係 R_1, R_2, R_3 が以下の集合で与えられているとする。

$$R_1 = \{(a, b), (b, a), (c, d), (d, c)\}, \\ R_2 = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}, \\ R_3 = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}.$$

R_1, R_2, R_3 のうち同値関係であるものをすべて選べ。また、同値関係である R_i に対して、商集合 X/R_i を求め、要素を列挙して表せ。