

離散数学入門 a レポート課題 No. 1

2016 年 5 月 17 日配布

提出日：2016 年 5 月 31 日

注意

- 5 月 31 日の講義の際に提出すること。
- 1 枚目に所属コース・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用し、表面のみに解答すること。
- 自然数は 1 以上の整数とする。集合  $X, Y$  に対して、 $X$  と  $Y$  の差集合を  $X \setminus Y$ 、 $X$  と  $Y$  の直積を  $X \times Y$ 、 $X$  のべき集合を  $2^X$  でそれぞれ表す。全体集合  $U$  の部分集合  $X$  に対して、 $X$  の補集合を  $\overline{X}$  で表す。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

問題

1.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  を全体集合とする。  $U$  の部分集合

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, \quad B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}, \quad C = \{2, 5, 8\}$$

に対して、次の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) A \cap (B \cup C) \quad (b) (B \setminus C) \cup (C \setminus B) \quad (c) \overline{A} \setminus (B \cap C)$$

2.  $A, B, C$  を集合とする。次の式が成立するときは証明し、成立しないときは反例を挙げよ。

$$(a) (A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B \quad (b) 2^{A \times B} = 2^A \times 2^B$$

3.  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  上の関係  $\leq$  を

$$(x, y) \leq (x', y') \leftrightarrow x + y < x' + y' \text{ または } (x + y = x' + y' \text{ かつ } x \leq x')$$

と定義する。このとき、 $\leq$  は  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  上の全順序関係であることを示せ。

4. 集合  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  上の関係

$$R = \{(a, b) \mid a, b \in X \text{ かつ } \exists c \in \mathbb{Q}, a = bc^2\}$$

に対して、以下の問いに答えよ。

- (a)  $R$  が同値関係であることを示せ。  
(b) 商集合  $X/R$  を求め、要素を列挙して表せ。また、その要素数  $|X/R|$  を求めよ。  
5.  $p, q, r$  を命題変数とする。  $(p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r)$  と同値であるものを (a)–(d) からすべて選び、同値であることを示せ。

$$(a) \neg p \wedge q \wedge r \quad (b) p \vee \neg q \vee r \quad (c) (p \rightarrow q) \rightarrow r \quad (d) \neg((p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge q)$$