## 7. ソート (3)

$n$ 個の要素をソートするとき，ヒープソートやマージソートでは，最悪の場合の計算量が $O(n \log n)$ である．これらのソートのように，これまで取り扱ったソートアルゴリズムはすべて 2 個の要素の比較に基づいている．このような比較に基づくソートアルゴリズムでは，どのように工夫しても最悪の場合の計算量を $o(n \log n)$ にできないことが知られている．しかし，比較以外の方法を用いれば最悪の場合の計算量をより小さくすることが可能である．

- ソートアルゴリズムが**安定**であるとは，キー（ソートに用いる情報）が等しい要素について，ソート前の順序を保つことをいう．
- **バケットソート** (bucket sort) または**ビンソート** (bin sort) は，キーの種類が限られている場合に，その種類の数だけのキュー（待ち行列）を用意し，各要素を対応するキューに入れ，順に取り出すことでソートするアルゴリズムである．
- **計数ソート** (counting sort) は，キーの種類が限られている場合に，各要素の出現回数を数えることでソートするアルゴリズムである．
  例えば，集合 $\{0, 1, \ldots, m-1\}$ の要素からなる列の整列を考える．まず，要素 $i$ が列に現れる回数 $c[i]$ を数える．このとき，要素 $i$ はソートされた列の $\sum_{j=0}^{i-1} c[j] + 1$ 番目から $\sum_{j=0}^{i} c[j]$ 番目に現れる．この情報によって，元の列をソートする．
- **基数ソート** (radix sort) は，バケットソートや計数ソートなどを繰り返し適用することでソートするアルゴリズムである．
  例えば，10 進法で表された 3 桁の自然数の列を考える．まず一の位についてバケットソートや計数ソートなどでソートする．次に十の位，最後に百の位について同様にソートする．これによって全体のソートが完了する．

データの種類の数が要素数 $n$ に比べて小さいとき，上で述べたアルゴリズムはどれも計算量が $O(n)$ となる．ただし，ソートできるデータの種類に制限があることに注意せよ．また，上で述べたアルゴリズムはどれも安定である．

問題

7-1. 選択ソートが安定でないことを実例を挙げることによって示せ．

7-2. マージソートにおいて 2 つの部分列を結合するとき，要素のキーを比較して等しいときは列の先頭に近い要素を新しい列に追加するものとする．このときマージソートが安定であることを示せ．

以下の 2 問では，集合 $S = \{a, b, c, d\} \times \{1, 2, 3, 4\}$ の要素の列

$$(b, 4),\ (d, 2),\ (a, 3),\ (b, 2),\ (d, 1),\ (c, 4) \tag{$*$}$$

を考える．

7-3. 列 $(*)$ を第 1 成分のみをキーとしてバケットソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

7-4. 列 $(*)$ を第 2 成分のみをキーとしてバケットソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

7-5. 次の 1 以上 4 以下の整数からなる列を計数ソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

$$1,\ 3,\ 2,\ 3,\ 2,\ 4,\ 3,\ 1,\ 4,\ 2$$

7-6. 次の 1 以上 9 以下の整数からなる列を計数ソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

$$5,\ 7,\ 5,\ 8,\ 8,\ 7,\ 9,\ 7,\ 8,\ 1$$

7-7. 次の整数列を基数ソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．（バケットソートや計数ソートの経過は省略してよい．すなわち，一の位，十の位，百の位でソートした結果をそれぞれ書けばよい．）

$$811,\ 990,\ 195,\ 737,\ 715,\ 439,\ 760,\ 874,\ 430,\ 569$$

7-8. 前問と同様に，次の整数列を基数ソートでソートする経過を図示せよ．

$$949,\ 192,\ 978,\ 477,\ 965,\ 562,\ 886,\ 644,\ 543,\ 734$$