5. ソート (1)

要素の列を大きさの順に並び替えることをソート（整列）という．

ソートのアルゴリズムには様々なものが知られているが，今回は以下のものを取り扱う．以下では，列 $a[0], a[1], \ldots, a[n-1]$ を昇順に並び替えるものとして説明する．

バブルソート　列 $a[0], a[1], \ldots, a[n-1]$ を先頭から見ていき，隣接している要素の順序が逆転していたら交換する．これを最後まで行うと，$a[n-1]$ が最大値となるので，列 $a[0], a[1], \ldots, a[n-2]$ に同様の操作を行う．以下同様に繰り返す．

選択ソート　列 $a[0], a[1], \ldots, a[n-1]$ から最小の要素を選び，それを $a[0]$ と交換する．次に，列 $a[1], a[2], \ldots, a[n-1]$ から最小の要素を選び，それを $a[1]$ と交換する．以下同様に繰り返す．

挿入ソート　$a[0] > a[1]$ ならば $a[0]$ と $a[1]$ を交換する．このとき列 $a[0], a[1]$ はソートされている．次に，$a[2]$ を列 $a[0], a[1]$ の中で正しい位置に挿入する．このとき列 $a[0], a[1], a[2]$ はソートされている．以下同様に繰り返す．

シェルソート[*1]　正の整数の列 $h_1, h_2, \ldots, h_k$ を固定する．ただし，$h_k = 1$ とする．次の手順でソートを行う．

1. $i = 1, 2, \ldots, k$ に対して手順 2 を繰り返す．
2. $j = 0, 1 \ldots, h_i - 1$ に対して，部分列 $a[j], a[j+h_i], a[j+2h_i], \ldots$ を挿入ソートでソートする．

数列 $\{h_i\}$ としては，例えば，$h_k = 1$, $h_{i-1} = 3h_i + 1$ で定まるものが使われる．このとき，最悪の場合の比較回数は $O(n^{3/2})$ であることが知られている．

問題

5-1. 次の整数列 $(*)$ をバブルソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

$$95,\ 85,\ 71,\ 17,\ 37,\ 30,\ 58,\ 32 \qquad (*)$$

5-2. 整数列 $(*)$ を選択ソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

5-3. 整数列 $(*)$ を挿入ソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．

[*1] シェル (Shell) は人名である．

5-4. 整数列 $(*)$ をシェルソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．ただし，数列 $\{h_i\}$ として，$h_1 = 4$, $h_2 = 1$ を用いるとする．

5-5. 整数列 $(*)$ をシェルソートによって昇順にソートし，その経過を図示せよ．ただし，数列 $\{h_i\}$ として，$h_1 = 7$, $h_2 = 3$, $h_3 = 1$ を用いるとする．

以下の問題において，比較回数，交換回数は列の要素のものだけを数え，添字の比較回数は数えないものとする．

5-6. n 個の要素の列をバブルソートによってソートするとき，最悪の場合の比較回数，交換回数はともに $O(n^2)$ であることを示せ．

5-7. n 個の要素の列を選択ソートによってソートするとき，比較回数は $O(n^2)$，交換回数は $O(n)$ であることを示せ．

5-8. n 個の要素の列を挿入ソートによってソートするとき，最良の場合の比較回数は $O(n)$，最悪の場合の比較回数は $O(n^2)$ であることを示せ．

5-9. バブルソートによって要素の列をソートするとき，交換回数が最も多くなるのはもとの列がどのようになっている場合か述べよ．