

## 3. スタック, キュー, 木

- スタックとは、後に入れたデータを先に取り出すデータ構造である。この性質を LIFO (last-in first-out) と呼ぶ。次の操作を行うことができる。
  - push( $x$ ): スタックの一番上に  $x$  を挿入する。
  - pop: スタックの一番上の要素を返し、それをスタックから取り除く。
- キュー (待ち行列) とは、先に入れたデータを先に取り出すデータ構造である。この性質を FIFO (first-in first-out) と呼ぶ。次の操作を行うことができる。
  - enqueue( $x$ ): キューの最後尾に  $x$  を挿入する。
  - dequeue: キューの先頭の要素を返し、それをキューから取り除く。
- 閉路を持たない連結な無向グラフを木という。以下では、木の各頂点 (節点) に値が定まっているものとする。
- 特別な頂点が 1 つ定まっている木を根付き木といい、この特別な頂点を根という。隣接する 2 頂点  $P, Q$  に対し、 $P$  の方が根に近いとき、 $P$  を  $Q$  の親、 $Q$  を  $P$  の子という。また、頂点  $Q$  から根までの道の間に頂点  $P$  があるとき、 $P$  を  $Q$  の先祖、 $Q$  を  $P$  の子孫という。子を持たない頂点を葉という。頂点から根までの道の長さをその頂点の深さという。頂点の深さの最大値を根付き木の高さ<sup>\*1</sup>という。
- 各頂点の子の数が  $n$  以下であるような根付き木を  $n$  分木という。
- 2 分木においては、子が左側か右側かを常に指定し、左の子、右の子という。また、左の子、右の子を根とする部分木をそれぞれ左部分木、右部分木という。
- 2 分木  $T$  において、どの 2 頂点の値も比較可能であり、簡単のため、どの 2 頂点も同じ値を持たないものとする。 $T$  が 2 分探索木であるとは、各頂点の値が、左部分木のどの頂点の値よりも大きく、右部分木のどの頂点の値よりも小さいことである。次の操作を行うことができる。
  - min (max):  $T$  に含まれる値の最小値 (最大値) を求める。
  - search( $x$ ):  $x$  が  $T$  に含まれるかどうか判定する。
  - insert( $x$ ):  $x$  を  $T$  に追加する。
  - delete( $x$ ):  $x$  を  $T$  から取り除く。

最小値 (最大値) を求めるには最も左 (右) にある葉を探せばよい。

$x$  が  $T$  に含まれるか判定するには、まず  $x$  を根と比較する。一致すれば  $x$  は  $T$  に含まれる。 $x$  の方が小さいときは左部分木に対して、 $x$  の方が大きいときは右部分

---

\*1 頂点の深さの最大値に 1 加えたものを高さと呼ぶこともある。

木に対して同じ操作を繰り返す。葉に到達しても一致しないならば、 $x$  は  $T$  に含まれない。

データを追加する際には正しい位置を同様に探し、葉を付け加えればよい。

データの削除は次のように行われる。まず、削除する頂点が葉である場合は、それを取り除けばよい。削除する頂点が1個の子を持つ場合、上下の頂点をつなげばよい。削除する頂点が2個の子を持つ場合、左部分木の頂点で値が最大のもの（または右部分木の頂点で値が最小のもの）を削除する頂点の位置に移し、空いた頂点の上下の頂点をつなげばよい。

一般に、2分探索木はデータの探索が高速に可能である（平均で  $O(\log n)$  回の比較でよい）。しかし、データの追加・削除の順序によっては木の高さが大きくなり、効率が非常に悪くなる。

## 問題

3-1. 空のスタックに対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

push( $b$ ) → push( $a$ ) → pop → push( $e$ ) → push( $c$ ) →  
push( $f$ ) → pop → pop → push( $d$ ) → pop

3-2. 空のキューに対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

enqueue( $b$ ) → enqueue( $a$ ) → dequeue → enqueue( $e$ ) → enqueue( $c$ ) →  
enqueue( $f$ ) → dequeue → dequeue → enqueue( $d$ ) → dequeue

3-3. 要素 98, 62, 60, 25, 34, 95, 42 を持つ2分探索木の中で、高さが最も小さくなるものと、高さが最も大きくなるものをそれぞれ1つずつ図示せよ。

3-4. 空の2分探索木に対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

insert(59) → insert(10) → insert(54) → insert(69) →  
insert(28) → insert(46) → delete(59)

3-5. 空の2分探索木に対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

insert(93) → insert(99) → insert(79) → insert(57) →  
insert(78) → delete(93) → insert(61)

3-6. 2分探索木の頂点  $x$  が左の子を持つとする。  $x$  の左部分木の頂点で値が最大のものを  $y$  とする。  $y$  は右の子を持たないことを示せ。