アルゴリズム B 演習 No. 4　　2014 年 11 月 7 日配布

4. 優先順位付きキュー，ヒープ，ハッシュ表

- **優先順位付きキュー**は，次の操作を持つデータ構造である．
  - insert(x): x を追加する．
  - deletemin: 優先順位付きキューの最小の要素を返し，キューから取り除く．

  優先順位付きキューは，ヒープを用いて実現できる．
- **（2 分）ヒープ**とは，次の条件を満たす 2 分木である．
  - 各頂点の値はその子の値以下である．
  - 深さ最大の段は左詰めになっており，それ以外の段はすべて埋まっている．

  ヒープの上から順に左から右へ向かって添字を付けることで，ヒープを配列で表現できる[*1]．要素を追加，削除する際には，その性質を保つように頂点を入れ替える必要がある．
- **ハッシュ表**は，順序構造を用いずに，要素の追加，削除，参照がほぼ定数時間でできるようなデータ構造である．要素の格納場所を決めるために，ハッシュ関数と呼ばれる関数を用いる．いくつかの要素のハッシュ値が等しくなった場合を扱う方法として以下のものがある．
  - **チェイン法**では，ハッシュ値が等しい要素をリストに格納する．ハッシュ表にはリストへのポインタが格納されている．
  - **開番地法** (open addressing, **オープン法**などともいう) では，リストを使わず，ハッシュ表そのものに要素を格納する．

    要素の追加の際，ハッシュ値を計算し，ハッシュ表の対応する場所が空または削除済みのときその場所に格納する．要素が入っていた場合は次の場所を調べ，同様に繰り返す．

    要素の削除の際は，ハッシュ表の対応する場所に「削除済み」の印を付ける．

    要素の探索の際には，「削除済み」の場所は飛ばして次を調べる．

問題

4-1. 以下の配列で表現されたヒープを 2 分木として図示せよ．

添字	0	1	2	3	4	5
	15	21	65	47	99	74

[*1] この配列をヒープと呼ぶこともある．

4-2. ヒープで実装された空の優先順位付きキューに対し，次の操作を行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(68) \to \text{insert}(25) \to \text{insert}(75) \to \text{insert}(36) \to \text{deletemin} \to \text{deletemin} \to \text{insert}(20)$$

4-3. ヒープで実装された空の優先順位付きキューに対し，次の操作を行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(62) \to \text{insert}(52) \to \text{insert}(56) \to \text{insert}(39) \to \text{deletemin} \to \text{insert}(77) \to \text{insert}(92) \to \text{deletemin}$$

以下では，ハッシュ関数は 7 で割った余りを返すものとする．また，ハッシュ表の大きさは 7 であり，0 から 6 までの整数で位置を指定するものとする．

4-4. チェイン法を用いた空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(94) \to \text{insert}(67) \to \text{insert}(44) \to \text{insert}(57) \to \text{insert}(71) \to \text{delete}(94)$$

4-5. チェイン法を用いた空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(39) \to \text{insert}(62) \to \text{insert}(72) \to \text{insert}(88) \to \text{insert}(74) \to \text{insert}(17) \to \text{delete}(88)$$

4-6. 開番地法を用いた空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(94) \to \text{insert}(67) \to \text{insert}(44) \to \text{insert}(57) \to \text{insert}(71) \to \text{delete}(94)$$

4-7. 開番地法を用いた空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(39) \to \text{insert}(62) \to \text{insert}(72) \to \text{insert}(88) \to \text{insert}(74) \to \text{insert}(17) \to \text{delete}(88)$$