## 2. 和と漸化式，配列，リスト

- **配列**とは，データを一列に並べ，添字 (index) によって要素を指定できるようにしたデータ構造である．
- **単方向連結リスト**とは，各要素がデータと 1 つのポインタからなり，各要素のポインタは後続要素のアドレスを格納するデータ構造である．単方向連結リストは，指定された要素の後ろに要素を追加したり，指定された要素の後ろの要素を削除することが容易にできる．
- **双方向連結リスト**とは，各要素がデータと 2 つのポインタからなり，各要素のポインタは先行要素と後続要素のアドレスを格納するデータ構造である．双方向連結リストは，指定された要素の前後に要素を追加したり，指定された要素を削除することが容易にできる．

## 問題

（解答に際して，その問題より前にある問題の結果を用いてもよい．配列の添字は 0 から始まるものとする．）

2-1. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = O(n^4)$ が成り立つことを示せ．

2-2. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = O(\log n)$ が成り立つことを示せ．

2-3. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k = O(1)$ が成り立つことを示せ．

2-4. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$$

で定義する．$a_n = O\big((1+\sqrt{2})^n\big)$ が成り立つことを示せ．

2-5. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_n = 2a_{\lfloor n/2 \rfloor} + n$$

で定義する．ただし，実数 $x$ に対して，$\lfloor x \rfloor$ で $x$ を超えない最大の整数を表す．このとき，$a_n = O(n \log n)$ であることを示せ．

2-6. $n$ 個の整数が格納されている配列 $a$ に対して，$a[0], a[1], \ldots, a[n-1]$ の最大値を求めるアルゴリズムを書け．

2-7. $n$ 個の整数が格納されている配列 $a$ と整数 $i$ $(0 \leq i < n)$ が与えられたとき，$a[i]$ を削除し，それ以降を前に詰めるアルゴリズムを書け．($a[n-1]$ については何もしなくてよいものとする．)

2-8. 次の表で表される，「い」で始まり「ろ」で終わる単方向連結リストを考える．

| アドレス | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| データ | い | ろ | は | に | ほ | へ | と |
| ポインタ | 70 | 0 | 60 | 30 | 20 | 50 | 40 |

リストの先頭を指すポインタは 10 であり，指し示す要素がないときポインタは 0 とする．いま，このリストの「に」の直後の要素を削除したい．どのような操作をすればよいか述べ，その結果として得られるリストを上の表のように表せ．

2-9. 次の表で表される，「A」で始まり「T」で終わる双方向連結リストを考える．

| アドレス | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| データ | A | L | G | O | R | I | T | H |
| 先行要素へのポインタ | 0 | 60 | 10 | 20 | 40 | 80 | 50 | 30 |
| 後続要素へのポインタ | 30 | 40 | 80 | 50 | 70 | 20 | 0 | 60 |

指し示す要素がないときポインタは 0 とする．いま，このリストの「O」の直前に新たなデータ「M」を挿入したい．データ「M」のアドレスが 90 であるとき，どのような操作をすればよいか述べ，その結果として得られるリストを上の表のように表せ．