

広域数理科学概論 (4) レポート課題

2014年1月16日配布

締め切り：2014年1月31日(金) 17:00

注意

- 担当教員の研究室(8号館667室)のレポート入れに提出すること。
- 1枚目に学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4レポート用紙を使用すること。

問題

1. 虚2次体 $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ を考える。 K の整数環を \mathcal{O}_K とし、 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$ とおく。次の問いに答えよ。
 - (a) $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\omega]$ を示せ。
 - (b) K の判別式を求めよ。
 - (c) 7 の \mathcal{O}_K における素イデアル分解を求めよ。
2. 実2次体 $K = \mathbb{Q}(\sqrt{10})$ を考える。次の問いに答えよ。
 - (a) K の類数を求めよ。
 - (b) K の基本単数を求めよ。
3. $n = 17617$ を2次篩法で素因数分解することを考える。次の問いに答えよ。
 - (a) $\sqrt{n} = 132.7\dots$ である。そこで、 $t = 133, 134, 135, 136, 137$ に対し、 $t^2 - n$ を素因数分解せよ。
 - (b) 前問の結果を利用して、 $x^2 \equiv y^2 \pmod{n}$ を満たす相異なる整数 x, y を1組求めよ。
 - (c) (ユークリッドの互除法を用いて) $\gcd(x - y, n)$ を計算することで、 n を素因数分解せよ。