離散数学入門 b　小テスト
2013 年 6 月 4 日

注意

- 答案用紙に 2 枚とも所属・学修番号・氏名を書くこと.
- 答案用紙の裏面を用いてもよい.

問題

1. $U = \{n \mid n \in \boldsymbol{N}, 1 \leqq n \leqq 500\}$ を全体集合とする. U の部分集合 A_1, A_2, A_3 を

$$\begin{aligned} A_1 &= \{n \mid n \in U, n = 5k, k \in \boldsymbol{N}\}, \\ A_2 &= \{n \mid n \in U, n = 6k, k \in \boldsymbol{N}\}, \\ A_3 &= \{n \mid n \in U, n = 7k, k \in \boldsymbol{N}\} \end{aligned}$$

で定義する. 次の集合の要素の個数を求めよ.

(a) $n(A_3)$　(b) $n(A_1 \cap A_2)$　(c) $n(\overline{A_1})$　(d) $n((A_1 \cap \overline{A_2}) \cup A_3)$

2. $m, n \in \boldsymbol{N}$ とする. 次の (a), (b) について, 当てはまるものを (1)–(4) の中から 1 つずつ選べ.
   (a) $p = [n$ は素数である$]$, $q = [n$ は 6 の倍数ではない$]$.
   (b) $p = [m + n$ は奇数である$]$, $q = [m, n$ のどちらか一方が奇数であり, もう一方は偶数である$]$.

   (1) p は q の必要十分条件である.
   (2) p は q の必要条件であるが, 十分条件ではない.
   (3) p は q の十分条件であるが, 必要条件ではない.
   (4) p は q の必要条件でも十分条件でもない.

3. 5 次対称群 $(S_5; \circ)$ を考える. S_5 の要素

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して, $\sigma \circ \varphi$, $\varphi \circ \sigma$, σ^{-1}, φ^{-1} を求め, 上のように表せ.

4. 正の整数 m に対し, m を法とする剰余類全体の集合を $\boldsymbol{Z}_m$ と表す. 整数 a が属する剰余類を C_a と表す. このとき, $\boldsymbol{Z}_m = \{C_0, C_1, \ldots, C_{m-1}\}$ である. $\boldsymbol{Z}_m$ 上に加法 $+$ と乗法 $\times$ が自然に定義され, $(\boldsymbol{Z}_m; +, \times)$ は可換環となる. 以下の問いに答えよ.
   (a) $(\boldsymbol{Z}_3; +, \times)$ と $(\boldsymbol{Z}_4; +, \times)$ について, 加法 $+$ と乗法 $\times$ の演算表をそれぞれ書け. ただし, $\boldsymbol{Z}_m$ の要素は C_a $(0 \leqq a \leqq m-1)$ の形で表すこと.
   (b) $(\boldsymbol{Z}_3; +, \times)$ と $(\boldsymbol{Z}_4; +, \times)$ のうち, 体であるものをすべて選べ.

5. 次の場合の数を求めよ.
   (a) 白玉, 黒玉, 赤玉, 青玉の 4 種類の玉を合わせて 8 個とる組合せは何通りあるか.
   (b) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の 6 種類の数字を使って 4 桁の数を作るとき, 偶数は何個あるか. ただし, 同じ数字を 2 度以上使ってはならないものとし, 4 桁の数の先頭は 0 でないものとする.