

離散数学入門 b レポート課題 No. 1

2013 年 5 月 14 日配布

提出日：2013 年 5 月 28 日

注意

- 5 月 28 日の講義の際に提出すること。
- 1 枚目に所属・学修番号・氏名を書くこと。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用し、表面のみに解答すること。
- 問題 2 については計算過程，問題 3, 4 については理由も書くこと。

問題

1. $U = \{n \mid 1 \leq n \leq 15, n \in \mathbf{N}\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$, $B = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$, $C = \{n \mid n \in U, n \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$ に対して，次の集合を要素を列挙して表せ。ただし， \bar{A} は A の補集合を表す。

(a) B (b) $A \cup C$ (c) \bar{A} (d) $A \cup (\bar{B} \cap C)$

2. $U = \{n \mid n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 300\}$ を全体集合とする。 U の部分集合 $A = \{n \mid n \in U, n = 3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{n \mid n \in U, n = 7k, k \in \mathbf{N}\}$ に対して，次の要素の個数を求めよ。

(a) $n(A)$ (b) $n(A \cap B)$ (c) $n(A \cup B)$ (d) $n(\bar{B})$ (e) $n(\bar{A} \cap B)$

3. 次の命題の否定を作り，その真偽を判定せよ。

(a) $\forall x \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{N}$ (b) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x < 0$

4. $x, y \in \mathbf{R}$ とする。次の (a)–(d) のそれぞれについて，当てはまるものを (1)–(4) の中から 1 つずつ選べ。

(a) $p = [x \geq 1], q = [x^2 \geq 1]$.

(b) $p = [x \geq 0], q = [x + y \geq 0]$.

(c) $p = [x = 1 \vee x = 2], q = [x^2 - 2x + 1 = 0]$.

(d) $p = [x^2 + y^2 = 0], q = [x = 0 \wedge y = 0]$.

(1) p は q の必要十分条件である。

(2) p は q の必要条件であるが，十分条件ではない。

(3) p は q の十分条件であるが，必要条件ではない。

(4) p は q の必要条件でも十分条件でもない。

5. 4 次対称群 $(S_4; \circ)$ を考える。 S_4 の要素

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して， $\sigma \circ \varphi, \varphi \circ \sigma, \sigma^{-1}, \varphi^{-1}$ を求め，上のように表せ。