

学修番号 : _____ 氏名 : _____

問題

行列

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -9 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ -5 & 9 & -2 \end{bmatrix}$$

について, 次の問いに答えよ.

1. A がべき零行列であることを示せ.
2. A の固有値 0 に対する固有空間が 1 次元であることを示し, 固有空間の基底を求めよ.
3. 上で求めた基底を x とする. $Ax' = x$ となる $x' \in \mathbb{C}^3$ を 1 つ求めよ. さらに, その x' に対して, $Ax'' = x'$ となる $x'' \in \mathbb{C}^3$ を 1 つ求めよ.
4. 上で求めた x, x', x'' に対して, 3 次正方行列 P を $P = [x \ x' \ x'']$ で定める. $P^{-1}AP$ を求めよ.