線形代数 III 演習（第 15 回） 2012 年 7 月 25 日配布

小テスト問題（再掲）

次の 2 次曲面の標準形を求めよ．

$$x^2 + y^2 + 4z^2 - 4yz + 4zx - 2xy + 2x - 2y + 3z + 4 = 0.$$

演習問題

A を実正規行列とする．すなわち，A は実正方行列であって，${}^tAA = A{}^tA$ を満たすとする．このとき，直交行列 P が存在して，

$$
{}^tPAP = \begin{bmatrix}
a_1 & -b_1 & & & & & & \\
b_1 & a_1 & & & & & \text{\Large 0} & \\
 & & \ddots & & & & & \\
 & & & a_m & -b_m & & & \\
 & & & b_m & a_m & & & \\
 & & & & & \alpha_{2m+1} & & \\
 & & & & & & \ddots & \\
 & \text{\Large 0} & & & & & & \alpha_n
\end{bmatrix}
$$

が成り立つ．ただし，$a_j \pm b_j i$ $(a_j, b_j \in \mathbb{R})$ は A の実数でない固有値であり，$\alpha_{2m+1}, \ldots, \alpha_n$ は A の実数の固有値である．右辺を実正規行列 A の標準形という．

15-1. 次の実正規行列 A の標準形を求めよ．また，${}^tPAP$ が標準形となるような直交行列 P を 1 つ求めよ．

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

15-2. 次の実正規行列 A の標準形を求めよ．また，${}^tPAP$ が標準形となるような直交行列 P を 1 つ求めよ．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

15-3. 次の実正規行列 A の標準形を求めよ．また，${}^tPAP$ が標準形となるような直交行列 P を 1 つ求めよ．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$