

小テスト問題 (再掲)

次の行列 A が正規行列であることを確かめ, ユニタリ行列 P を用いて対角化せよ. また, P を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

演習問題

2 次曲線

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

は, 新たな直交座標系 $O'-x'y'$ を導入することで, 次の標準形のいずれかにできる.

$$\text{楕円: } \frac{(x')^2}{(a')^2} + \frac{(y')^2}{(b')^2} = 1,$$

$$\text{双曲線: } \frac{(x')^2}{(a')^2} - \frac{(y')^2}{(b')^2} = 1,$$

$$\text{放物線: } (y')^2 = 4px'.$$

この操作を 2 次曲線の標準化という.

12-1. 次の 2 次曲線を標準化せよ.

$$x^2 + 4xy + y^2 = 1.$$

12-2. 次の 2 次曲線を標準化せよ.

$$2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2 = 1.$$

12-3. 次の 2 次曲線を標準化せよ.

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 - 10x + 15y + 6 = 0.$$

12-4. 次の 2 次曲線が放物線になるように定数 c の値を定め, その標準形を求めよ.

$$x^2 - 4xy + cy^2 + 4x + 2y = 0.$$