

## 小テスト問題 (再掲)

次の正方行列  $A$  に対し,  $A$  のジョルダン標準形を求めよ. また,  $P^{-1}AP$  がジョルダン標準形になるような正則行列  $P$  を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

## 演習問題

以下, 行列の成分はすべて複素数であるとする.

7-1. 次の正方行列  $A$  に対し,  $A$  のジョルダン標準形を求めよ. また,  $P^{-1}AP$  がジョルダン標準形になるような正則行列  $P$  を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

7-2. 次の正方行列  $A$  に対し,  $A$  のジョルダン標準形を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 & -4 & 11 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -8 & 3 & -7 & 17 \\ -5 & 2 & -4 & 10 \end{bmatrix}.$$

7-3.  $\alpha$  を複素数とする. 3 次正方行列  $A$  の固有多項式が  $(x - \alpha)^3$  であるとする.  $A$  の最小多項式  $\mu_A(x)$  が (a)–(c) で与えられるとき,  $A$  のジョルダン標準形を求めよ.

(a)  $\mu_A(x) = (x - \alpha)^3,$

(b)  $\mu_A(x) = (x - \alpha)^2,$

(c)  $\mu_A(x) = x - \alpha.$

7-4.  $\alpha$  を複素数とする. 4 次正方行列  $A$  の固有多項式が  $(x - \alpha)^4$ , 最小多項式が  $(x - \alpha)^2$  であるとする. このとき,  $A$  のジョルダン標準形として現れるものをすべて挙げよ. ただし, ジョルダン細胞を並べ替えただけのものは同じジョルダン標準形であると見なすものとする.

7-5.  $n$  を正の整数,  $\alpha \neq 0$  を複素数とする.  $J(\alpha, n)^2$  のジョルダン標準形を求めよ.