アルゴリズム B 演習 No. 3 2012 年 10 月 26 日配布

3. より複雑なデータ構造

- **2 分探索木**とは，各ノード（節点）の値が，それより左にある子孫の値より大きく，それより右にある子孫の値より小さいような 2 分木である．データを追加する際には葉を付け加えるだけでよいが，データを削除する際には，性質を保つようにノードを入れ替える必要がある．また，データの追加・削除の順序によっては木の高さが大きくなり，効率が非常に悪くなる．
- **優先順位付きキュー**は，次の操作を持つデータ構造である．
  - insert(x): x を追加する．
  - deletemin: 優先順位付きキューの最小の要素を返し，キューから取り除く．

  優先順位付きキューの実装として，半順序木を使うことができる．半順序木とは，各ノードの値がその子の値以下になる 2 分木である．優先順位付きキューを実装するときは，さらに，半順序木の最下段以外の段はノードで埋まっており，最下段は左詰めになっていることを要求する．この条件を満たす半順序木を配列で表現したものを**ヒープ**という[*1]．半順序木に要素を追加，削除する際には，その性質を保つようにノードを入れ替える必要がある．
- **ハッシュ表**は，順序構造を用いずに，要素の追加，削除，参照がほぼ定数時間でできるようなデータ構造である．要素の格納場所を決めるために，ハッシュ関数と呼ばれる関数を用いる．いくつかの要素のハッシュ値が等しくなった場合を扱う方法として，それらの要素をリストに格納するチェイン法などがある．

問題

3-1. 要素 1, 2, 3 を持つ 2 分探索木をすべて図示せよ．

3-2. 要素 31, 41, 59, 26, 53, 58, 97 を持つ 2 分探索木の中で，高さが最も小さくなるものと，高さが最も大きくなるものをそれぞれ 1 つずつ図示せよ．

3-3. 空の 2 分探索木に対し，insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を次のように行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(27) \to \text{insert}(42) \to \text{insert}(46) \to \text{insert}(12) \to \text{insert}(37) \to \text{delete}(46) \to \text{delete}(12)$$

[*1] この条件を満たす半順序木をヒープと呼ぶこともある．

3-4. 空の 2 分探索木に対し，insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を次のように行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(55) \to \text{insert}(40) \to \text{insert}(12) \to \text{insert}(59) \to \text{insert}(16) \to \text{delete}(40) \to \text{delete}(55)$$

3-5. 半順序木で実装された空の優先順位付きキューに対し，次の操作を行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(75) \to \text{insert}(63) \to \text{insert}(62) \to \text{insert}(53) \to \text{deletemin} \to \text{deletemin} \to \text{insert}(87)$$

3-6. 半順序木で実装された空の優先順位付きキューに対し，次の操作を行ったときの過程と最終的に得られる木を図示せよ．

$$\text{insert}(46) \to \text{insert}(65) \to \text{insert}(12) \to \text{insert}(67) \to \text{deletemin} \to \text{insert}(92) \to \text{deletemin}$$

3-7. 要素 1, 2, 3, 4 を持つ（配列で表された）ヒープをすべて列挙せよ．

以下，チェイン法を用いたハッシュ表を考え，ハッシュ関数は文字列の文字数をハッシュ値として返すものとする．また，ハッシュ表の大きさは 7 であり，1 から 7 までの整数で位置を指定するものとする．

3-8. 空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(\text{NEZUMI}) \to \text{insert}(\text{USHI}) \to \text{insert}(\text{TORA}) \to \text{insert}(\text{USAGI})$$

3-9. 空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(\text{USHI}) \to \text{insert}(\text{TORA}) \to \text{insert}(\text{USAGI}) \to \text{insert}(\text{RYU}) \to \text{insert}(\text{HEBI}) \to \text{delete}(\text{USHI})$$

3-10. 空のハッシュ表に対し，次のように insert（要素の追加）と delete（要素の削除）を行ったとき，最終的なハッシュ表を図示せよ．

$$\text{insert}(\text{RYU}) \to \text{insert}(\text{HEBI}) \to \text{insert}(\text{UMA}) \to \text{insert}(\text{HITSUJI}) \to \text{insert}(\text{SARU}) \to \text{delete}(\text{HEBI})$$