第７回幾何学的群論ワークショップ

日程　: 2023 年 11 月 27 日 – 11 月 28 日
会場　: 新潟ユニゾンプラザ（小研修室 2）
〒950-0994　新潟市中央区上所 2 丁目 2 番 2 号
https://www.unisonplaza.jp/rentroom/s_training/

予定表

11 月 27 日

9:15 – 10:15	高野暁弘 （東京大学）
10:30 – 11:30	奥田隆幸 （広島大学）
11:45 – 12:45	菊田康平 （大阪大学）
14:30 – 15:30	田嶌優（北海道大学）
15:45 – 16:45	五味清紀 （東京工業大学）
17:00 – 18:00	折田龍馬 （新潟大学）
18:00 – 20:00	自由討論

11 月 28 日

9:15 – 10:15	short communications
10:30 – 11:30	高田土満 （新潟大学）
11:45 – 12:45	田代賢志郎 （東北大学）
14:30 – 15:30	長谷川耀 （大阪大学）
15:45 – 16:45	酒匂宏樹 （新潟大学）
17:00 – 18:00	丸山修平 （金沢大学）
18:00 – 20:00	自由討論

世話人

深谷友宏 (東京都立大学)，尾國新一（愛媛大学），山内貴光（愛媛大学），大井志穂（新潟大学）

本ワークショップは科学研究費・基盤 (C) (19K03471)，(20K03590)，(19K03467)，の援助により開催されます.

奥田 隆幸

Kobayashi's properness criterion and Coarse geometry

G を局所コンパクト群とし, (H,L) を G の非コンパクト閉部分群の組とする. 本講演では "与えられた (G,H,L) について, L の等質空間 G/H 上の自然な作用が固有であるか否か判定せよ" という問題について考える. G が線形簡約リー群の場合には, 小林俊行氏 [Math. Ann. 1989, J. Lie Theory 1996] および Y. Benoist 氏 [Ann. Math. 1996] により, G の KAK 分解を用いた形で, 上記固有性判定問題についての簡明な判定法が知られている. 今日では, この固有性判定法は等質空間上の不連続群および Clifford–Klein 形の研究における最も重要な道具の一つとなっている. 本講演では, 上記の固有性判定法を粗幾何学の言葉を用いて一般化する試みについて紹介する. 本講演内容は小川健翔氏, 長屋拓暁氏 (いずれも広島大学) との共同研究に基づく.

折田龍馬

Topological complexity of monotone symplectic 4-manifolds

ロボットモーションプランニングでは，ロボットを任意の状態から任意の状態へと動かす一様なアルゴリズムはあるかを考える。M. Farber はこの複雑さを表すホモトピー不変量 (Topological complexity) をロボットの状態空間に対して定義した。この不変量は Lusternik-Schnirelmann category との関連もあり，様々な空間に対して調べられている。今回は基礎事項の導入から始め，単調シンプレクティック 4 次元多様体に対して得られた結果を紹介する。

菊田康平

K3 曲面の自己同型群の幾何学的有限性

K3 曲面の自己同型群は古くから調べられているが，幾何群論的な研究は非常に少ない．この群は古典的な双曲空間に自然に (有限核かつ離散像で) 等長的に作用する．従って自己同型群の幾何群論的側面を調べる上で，この作用の理解が非常に重要である．双曲空間の等長群の離散部分群の基本的な性質として，幾何学的有限性がある．本講演では，K3 曲面の自己同型群の幾何学的有限性に関する現時点での理解を紹介する．時間が許せば極限集合の truncated convex hull 上の rank-1 isometry や，位相的エントロピーとの関係についても述べたい.

五味清紀

KR 理論における Riemann-Roch 公式

K 理論などの一般コホモロジーには, 押し出し写像と呼ばれる, 微分形式の積分に相当する概念がある. Atiyah と Hirzebruch による Riemann-Roch 公式は, K 理論における押し出し写像の値を Chern 指標を使って表示する公式である. その古典的な応用として, 例えばコンパクト複素多様体の Todd 類の積分値が整数になることなどが従う. 本講演のテーマは, KR 理論における Riemann-Roch 公式の一般化である. KR 理論とは, 位数 2 の巡回群が作用する空間上で定義されたある種の同変 K 理論であり, K 理論と KO 理論を特殊な場合として含む. Riemann-Roch 公式の一般化は, 局所係数付き Borel 同変コホモロジーに値を持つ Chern 指標を用いて与えられる.

酒匂宏樹

バナッハ環の元を値とする正則関数の剰余付き割り算について

量子ウォークは整数格子 Z^n といったグラフ上の l^2 空間に作用するユニタリー作用素です。量子ウォークの新しい分析方法を模索する中で、量子ウォークのほとんどが多項式の根であることに気づきました。

その多項式ではバイラテラルシフトなどのよく知られた作用素が係数となっています。代数方程式の解であるということは、剰余からなる集合に作用していることになります。

研究の基礎を固めるため、今回の講演では、多項式環の剰余つき割り算がどの程度一般化されうるのかについて模索したいと思います。

高田土満

ループ空間の指数理論

アブストラクト Atiyah-Segal-Singer の固定点公式は，群作用を持つコンパクト多様体の解析的不変量（解析的同変指数）が，固定点の情報だけで書けることを主張する．その定理は，Hochs-Wang によって，「非コンパクト多様体であって，コンパクトな固定点集合を持つ場合」まで一般化された．一方 Witten は，ループ空間に，Atiyah-Segal-Singer の固定点公式を「適用」することで，ループ空間の S^1 同変指数を「定義」して見せた．その指数は，指数理論における非自明な予想（Witten 剛性）をもたらし，その予想が証明されることで，考察の価値があることが示唆されたが，関数空間も微分作用素もないという意味で，形式的な議論の域を出ない．本講演では，まず，同変指数の局所化定理の解析サイドの証明を，S^1 同変な場合に限って，形式的べき級数環を用いて行う．構成されるものは，同変 K ホモロジー群（≒同変 Dirac 作用素の住む群）から形式的ベキ級数環（≒同変指数の住む群）への準同型である．その後，その準同型を非コンパクト多様体に一般化し，更に無限次元化する．すなわち，「ループ空間の S^1 同変指数」を構成する．そのための道具は，Higson-Kasparov-Trout の研究に始まる「Hilbert 多様体の C^* 環」および同変 KK 理論である．この解析的指数は，「Segal の RK 理論の一般化である RKK 理論を，非局所コンパクト空間に一般化したもの」を用いて定式化される無限次元多様体の「K 理論的ポアンカレ双対」によって，固定点公式を持つ．最後に，Witten 種数の非可換幾何的定式化のために，これから何をしなければならないかについても論ずる．

高野暁弘

Thompson 群 F の固定部分群に対する Alexander の定理

近年，Jones は Thompson 群 F のユニタリ表現に関する研究を行い，その過程で F の元から絡み目を構成する方法を導入した．これは，F から絡み目全体の集合への写像を定義したとも言える．Jones は，この写像が全射であることも示した．この事実は，結び目理論と組み紐群との関係にちなんで，Alexander の定理と呼ばれる．本講演では，この写像を F の部分群に制限したときの性質について考察する．F は閉区間 $[0,1]$ 上の自己同相群の部分群として定義される．そこで，特に $[0,1]$ 内のある実数を固定する部分群に注目して得られた結果を紹介する．本研究は，児玉悠弥氏（東京都立大）との共同研究である．

田嶌優

グラフの Whitney twist とマグニチュードホモトピー型

マグニチュードは Leinster により定義された距離空間に対する不変量で、空間のある種のサイズを表す。グラフのマグニチュードホモロジー（MH）は、Hepworth-Willerton によりマグニチュードの圏化として定義された。Whitney twist という操作でうつり合うグラフに対して（ある条件をみたすとき）、マグニチュードが等しいことは Leinster により示されたが、MH が同型かという問題は未解決である。この問題に対して、私たちはマグニチュードホモトピー型（MH と同型なホモロジーをもつ単体複体のペア）と離散モース理論を用いてアプローチしている。その過程で得られた、マグニチュードの不変性の別証明を紹介する。本講演の内容は、吉永正彦氏（大阪大学）との共同研究に基づく。

田代賢志郎

ホロ境界の濃度とステップ 1,2,3 べき零群

ホロ境界は距離空間のコンパクト化の一つであり, ブーゼマン点は境界点の中でも特に測地線の終点として現れるものを指します. ケイリーグラフのホロ境界 (及びその群作用) は, しばしば群の代数構造を導きます. 例えば, ホロ境界が有限集合であれば, 群は”ほとんど”巡回群です. 今回, ホロ境界やブーゼマン点の濃度がべき零群のステップ数にかかわることを示唆する例を構成したので, それを紹介します. この研究は Corentin Bodart (Universite de Geneva) との共同研究に基づきます.

長谷川耀

固有でない双曲的測地空間の Gromov 境界について

固有な双曲的測地空間において, その点列境界と測地境界が位相も込めて一致することはよく知られている. 本講演では双曲的測地空間が固有とは限らない場合において, その点列境界と擬測地境界が位相も込めて一致することを紹介する.

丸山修平

直線の区分射影同相のなす群の不変生成性

群 G が不変生成であるとは, 任意の写像 $\chi\colon G \to G$ に対し集合 $\{\chi(g)g\chi(g)^{-1} | g \in G\}$ が G を生成するときを言う. 例えば virtually 可解群は不変生成であり, 非可換自由群は不変生成でない. Kantor–Lubotzky–Shalev(2015) 以降, 様々な無限群に対して不変生成性が調べられてきた. その一環として, Gelander–Golan–Juschenko(2017) は Thompson 群 F の不変生成性を代数的に示し, Matsuda–Matsumoto(2021) は F(より広く区間 $[0,1]$ の区分線形同相のなすいくつかの群) の不変生成性の一次元力学系を用いた別証明を与えた. 本講演では, Matsuda–Matsumoto(2021) の議論の区分射影同相版を考えることで, 直線の区分射影同相群や Monod 群 (のひとつの)$H(\mathbb{Z})$ の不変生成性が証明できることを紹介する.