ワークショップ：幾何学的群論の新展開

日程　：2018 年 2 月 5 日 – 2 月 8 日

会場　：ルネッサ赤沢

〒413-0233　静岡県伊東市赤沢１９０－５

http://www.le-nessa.co.jp/akazawa/index.html

講演予定者

尾國新一（愛媛大学）　松田能文（青山学院大学）
伊敷喜斗（筑波大学）　丸橋広和（東京大学）
片山拓弥（広島大学）　宮崎優至（九州大学）
加藤本子（東京大学）　森田陽介（京都大学）
佐々木東容（早稲田大学）

予定表

	5 日（月）	6 日（火）	7 日（水）	8 日（木）
7:30 ∼ 8:45		朝食	朝食	朝食
8:45 ∼ 10:15		佐々木 2	片山	尾國
10:30 ∼ 12:00		森田	佐々木 3	尾國
12:30 ∼ 14:00		昼食	昼食	昼食
14:00 ∼ 15:30	佐々木 1	伊敷	丸橋	
16:00 ∼ 17:30	加藤	宮崎	松田	
18:00 ∼ 19:30	夕食	夕食	夕食	
20:00 ∼ 21:00	自由討論	自由討論	自由討論	

世話人

深谷友宏 (首都大学東京)，尾國新一（愛媛大学）

本ワークショップは科学研究費・若手 (B)（15K17528）同 (16K17595) 及び基盤 (C)（17K05260）の援助により開催されます．

佐々木東容

曲面上のサブセットカレント

サブセットカレントとは，双曲群に対して定義される概念であり，自由群や曲面群に対しては，重み付き有限生成部分群の共役類全体からなる集合に幾何学的に自然な位相を入れて，完備化したものと思える．これは measured lamination が閉双曲曲面の重み付き単純閉測地線の完備化であるとか，測地カレントが閉双曲曲面の重み付き閉測地線の完備化であるといった既存の結果の一般化に相当する．3 コマの講演時間があるため，以下のような予定で話す．

1 コマ目：サブセットカレントを導入した Kapovich-Nagnibeda による自由群 F 上のサブセットカレント空間 $SC(F)$ の結果を紹介する．自由群を有限グラフ（ブーケ）の基本群と見たとき，その有限生成部分群（の共役類）には被覆空間のコアグラフが対応づけられる．$SC(F)$ の位相はこのコアグラフの "形" をよく反映することを説明したい．例えば，コアグラフに対して，その体積（辺の個数）やオイラー数などの不変量を対応させる写像は $SC(F)$ に線形かつ連続に拡張する．これが上 で述べた「幾何学的に自然な位相」の意味である．線形性は重みを付けたことからくる．

2 コマ目：境界付きを許すコンパクトな双曲曲面に対して，その基本群 G 上のサブセットカレント空間 $SC(G)$ について話す．境界付きの場合基本群は自由群であるため，一部分は 1 コマ目の結果を包含する形になる．G の有限生成部分群には双曲曲面の被覆空間の凸核（帯を切り落としたもの）が対応する．扱う空間がグラフから曲面に変化することによって，扱いにくさは格段に上がるが，凸核に対してその面積やオイラー数などを対応させる写像は $SC(G)$ 上に線形かつ連続に拡張する．他にも曲面上の閉曲線に関する交点数の概念が凸核にまで拡張され，その上で $SC(G)$ 上に双線形かつ連続に拡張することも説明したい．

3 コマ目：はじめに述べた「完備化したものと思える」という部分は，ある種の稠密性定理からくる結果であり，この稠密性定理によって，不変量を対応させる写像の線形連続拡張の一意性が従う．時間の許す範囲で稠密性定理の証明の概略を説明したい．

加藤本子

Signed Higman-Thompson groups の同型問題について

Higman-Thompson groups は、カントール集合の自己同相写像で「局所的に向きを保つ」ものの成す群であり、有限表示単純群の例を与える。この構成を一般化して、Funar と Neretin は signed Higman-Thompson groups を定義した。本講演では signed Higman-Thompson groups のクラスが、Higman-Thompson groups と同型でない群を無限個含んでいることについて述べる。この研究は Javier Aramayona 氏、Julio Aroca 氏 (Autonomous University of Madrid) との共同研究である。

森田陽介

等質空間の Clifford-Klein 形のコホモロジーについて

等質空間 G/H に G の離散部分群が固有不連続かつ自由に作用するとき、作用する群を不連続群といい、商空間を Clifford-Klein 形という。Clifford-Klein 形には G/H を局所的なモデルとする多様体の構造が入る。これまでに、Clifford-Klein 形のコホモロジーが満たすべき制約がいくつか見つかっている：

- 不連続群の実コホモロジー次元の上界評価
- Lie 環の相対コホモロジーから Clifford-Klein 形の de Rham コホモロジーへの準同型

これらを用いて、コンパクトな Clifford-Klein 形の非存在や、体積の整数性/有理数性といった結果を導く方法を解説する。時間に余裕があれば、不変式論との関連や、de Rham 以外のコホモロジー理論への拡張の可能性についてもふれたい。

伊敷喜斗

Quasi-symmetric invariant properties of Cantor metric spaces

距離空間に対して, 二倍条件, 一様不連結性および一様完全性は擬対称写像のもと不変であることが知られている. David-Semmes による一意化定理は, コンパクト距離空間がこれら三つの性質すべてを満たすならば, 三進カントール集合に擬対称同値であることを主張している. 上記の三つの性質すべてを持つ距離空間をスタンダードと呼び, そうでないときエキゾチックと呼ぶことにする. David-Semmes の定理を補完する定理として, 私は任意のエキゾチックな型に対してその共形ゲージ全体のクラスがちょうど連続体濃度を持つことを証明した. また, 距離空間に対して全エキゾチック性という概念を導入し, 全エキゾチックなカントール距離空間の存在性を示した. この存在性定理は, 先ほど述べた定理とは異なる形でエキゾチックなカントール距離空間の豊富さを示すものである. 今回の研究の副産物として, 与えられた二つの非負拡張実数をそれぞれハウスドルフ次元, アソー次元として持つカントール距離空間の構成に成功した. 本講演では, これらの研究の概要を紹介する.

宮崎優至

Characterization of Kazhdan Projections and Strong Property (T)

要旨：Kazhdan 射影は Kazhdan の性質（T）の位相的定義を反映したものであったが、Drutu と Nowak によりマルコフ作用素と密接な関係にあることが分かった。本講演では彼らの特徴づけと Shalom の導入した Kazhdan の強性質 (T) を紹介し、$SL(3,\mathbf{R})$ の場合に Kazhdan 射影を構成する。

片山拓弥

Right-angled Artin 群と曲面の写像類群

Right-angled Artin 群は，曲面上に本質的単純閉曲線の族を考え Dehn twist の冪をとることにより写像類群の部分群として自然に現れる群である (Koberda の定理)．本講演では，right-angled Artin 群から写像類群への単射準同型が “道の持ち上げを持つ” ことを紹介し，これを使って穴あき球面の写像類群から閉曲面の写像類群への単射準同型が (virtual に) 存在するか否かという問題に完全な解答を与える．講演の一部に久野恵理香氏との共同研究を含みます．

丸橋広和

Lie 群の局所自由作用のパラメータ変形に対する小平-Spencer 理論とその最初の応用

小平-Spencer 理論は複素多様体の複素構造の変形を記述するための理論として生まれたが、その方法は複素構造だけにとどまらず多くの幾何学的、代数的対象の変形を調べるための方法論を与えている。この方法論はある程度古いものなので既にいろいろな対象に対してすでに考察されているが、講演者の知る限り Lie 群の局所自由作用のパラメータ変形（つまり作用の軌道からなる葉層構造を変えないまま作用を変形すること）を調べるためにこの枠組みを当てはめることはどうやら本格的にはなされていないようである。今回はこのような作用に対する小平-Spencer 理論をまず説明し、手始めに非自明な変形をもつことが知られているある具体的な作用に対して適用するとどうなるか考える。この内容は九州大学の蔦谷充伸氏との共同研究に基づく。

松田能文

TBA

尾國新一

粗凸距離空間入門

一様に負曲率な単連結完備リーマン多様体の粗幾何的一般化として Gromov 双曲空間というものがある。では非正曲率な単連結完備リーマン多様体の粗幾何的一般化は何だろうかというのは自然な問いかけで、いままでにいくつかの試みがあった。最近の深谷友宏（首都大）氏との共同研究における距離空間の粗凸性の導入もその試みの一つである。本講演では、共同研究に基づき粗凸距離空間について入門的解説を行う。