幾何学的群論若手勉強会

日程 ： 2015 年 2 月 1 日 – 2 月 4 日
会場 ： ルネッサ赤沢
〒 413-0233　静岡県伊東市赤沢１９０－５
http://www.le-nessa.co.jp/akazawa/index.html

講演予定者

酒匂宏樹（新潟大学）　見村万佐人（東北大学）
田中亮吉（東北大学）　山本航平（東北大学）
正井秀俊（東京大学）　佐々木東容（早稲田大学）
嶺山良介（大阪大学）　山内貴光 (愛媛大学)

予定表

時間割	1 日（日）	2 日（月）	3 日（火）	4 日（水）
7:30 ～ 8:45		朝食	朝食	朝食
8:45 ～ 10:15		酒匂 3	山本 2	嶺山 (9:45 まで)
10:30 ～ 12:00		山本 1	見村 3	田中 3(10:00∼11:30)
12:30 ～ 14:00		昼食	昼食	昼食
14:00 ～ 15:30	酒匂 1	見村 1	田中 1	
16:00 ～ 17:00	酒匂 2	見村 2	田中 2	
17:15 ～ 18:15	正井	佐々木	山内	
18:45 ～ 19:45	夕食	夕食	夕食	

世話人

深谷友宏 (東北大学)
尾國新一（愛媛大学）

本勉強会は科学研究費・若手（B）（23740049）および（24740045）の援助により開催されます.

酒匂宏樹

一時間目：有限距離空間の列について

私の講演では離散距離空間の従順性と連結性にかかわる最近の研究を三回に分けてお話させていただこうと思います。見村さんとの連作のきっかけについても説明します。
最初の 90 分では離散距離空間の幾何学において有限距離空間の非交和の研究がどのように位置づけられるのかについてお話します。有限距離空間の可算非交和はこれまで距離空間の例を挙げるために注目されてきました。特にエクスパンダーグラフと呼ばれる連結性の高いネットワークの列は従順でない距離空間の例を作るためのもっとも有力な方法です。ここでいう離散距離空間の従順性とは Yu が定義した Property A、もしくはそれより少し弱い条件である Hilbert 空間への Coarse 埋め込み可能性のことです。離散距離空間が従順であるとはその名のとおり扱いやすいということを意味しており、たとえば Coarse Baum–Connes 予想という性質の十分条件として使われています。次に注目されるのは従順性を満たさない距離空間です。距離空間の非従順性を、「エクスパンダー列のような有限距離空間の列を部分空間として含む」という条件で特徴付けることが可能です。この結果について解説します。

二時間目：k-marked groups の空間と Cayley 位相

一時間目に有限距離空間の可算非交和が距離空間の研究において大切であることがわかりました。しかしながら、有限距離空間の非交和といってもいろいろありますので、あまり手を広げすぎず有限生成群の列に注目したいと思います。自然数 k を固定し、k 個の元から生成される群を考えることにします。k 元生成集合が固定された群の空間 $G(k)$ は k-marked groups の空間と呼ばれ、自然とコンパクトハウスドルフ位相が導入されます。この位相を Cayley 位相と呼びます。これに最初に着目したのは Grigorchuk です。生成元の満たす relation がどれくらい似ているかに基づいて、群からなる列の収束性が定義されます。この位相空間を紹介した後に、いくつか収束列の具体例を観察してみたいと思います。

三時間目：Cayley 位相による群の近似と Coarse 幾何学—従順性と幾何学的 Property (T)—

k 元生成群の列が与えられたときにそれを次の二つの枠組みで考えることができます。(1) Cayley 位相が導入された k-marked groups の空間の点列とみなせる。(2) Word metric が導入された距離空間の非交和とみなせる。これらが密接に関連しているのではないかという仮説にもとづき、見村さん、および小沢さん鈴木さんと共同研究を進めてきました。幸いにも二つの関連性が、従順性、Property (T) で発見されました。たとえば従順 k 元生成群の列について (1) Cayley 位相の意味での集積点がすべて従順群であること、と (2) 非交和から作られる距離空間が Yu の Property A を満たすことの二つが同値です。このような対応が Property (T) と幾何学的 Property (T) の間についても成り立ちます。時間が許せば応用についても解説します。

見村万佐人

距離カジュダン定数とその周辺

最初に酒匂さんの講演の続きを話します.「Kazhdan 定数」と言われる marked 群に対して定まっていた数量を講演者が「距離 Kazhdan 定数」に拡張したので，その後このトピックについてお話しします．この概念の応用として,「確証できるエクスパンダー（verifiable expander)」の話があります.

元の Kazhdan 定数をどう拡張したのかは，主に以下の 2 点からなります：・一般の（スケーリングで閉じている）完備距離空間の族をターゲットクラスとして定義されます.・バナッハ空間の族がターゲットクラスであっても，線型表現ではなく等長作用を用いて定義されます.（クラスとしてヒルベルト空間からなる族をとったとき，元々の Kazhdan 定数と一致します.「距離」とは「非線型」といった意味合いです.）族がさらに超積（ultraproduct）と呼ばれる操作でも閉じているとき，この定数が正であることと marked 群がこのクラスに固定点性質を持つことが同値となります．この意味で,「距離 Kazhdan 定数」は，固定点性質をもつときその“強さ”を定量化したものと考えることができます．さらに，超積に関する族の安定性のもとで，この定数は space of marked groups 上での下半連続関数となります.

また，ごく最近，懸案だった非可換普遍格子 $E(n, Z < x1, ..., xk >)$ の L_p 空間への固定点性質をもつかという問題が，関連するアイディアを用いて n ≧ 4 のときに肯定的に解決できました．このお話もいたしたいと思います.

田中亮吉

パラメータ付 Patterson-Sullivan 測度

双曲群（自由群や曲面群）の境界上に定義される種々の測度について議論する。特に、Patterson-Sullivan 測度（Hausdorff 測度）と調和測度の関係について調べる。PS 測度は（例えば）語距離による擬等角測度であるが、調和測度も別の双曲距離による擬等角測度であるとみなせる (Haissinsky et al. 2011)。ここではより詳しく調和測度の局所的な振る舞いを調べるために、PS 測度と調和測度を繋ぐ測度の 1-パラメータ族を考える。そして、その双曲群上のランダムウォークへの応用について述べる。

山本航平

1 時間目：グラフ上の percolation について

私の講演では percolation についての説明、及び具体的な計算例をいくつか紹介したいと思います。　percolation という概念は、与えられたグラフの各辺が一定の確率で崩壊するという現象を考え、残された辺で構成されるグラフはどのような構造、性質を有しているかというのを考察するものです。今回はあらかじめグラフが基準点をもつ無限グラフであることを仮定し、辺が崩壊する確率を変動させることで、その基準点から無限遠方への道が存在するか否かについて考察します。そこで、その境目となる値 critical probability を具体的にグラフを与えることで求めたいと思います

2 時間目：2 次元単位格子における critical probability の計算

１時間目の続きとなりますが、具体例として２次元単位格子を考えたいと思います。比較的簡単なグラフですが、その計算は非常に難しいものとなっています。2 時間目ではそれに取り組もうと思います。

正井秀俊

Harmonic measure of the set of lifted projective measured foliations.

Kaimanovich-Masur は写像類群上の有限な台を持つ測度 μ で決まるランダムウォークはタイヒミュラー空間の Thurston 境界，すなわち Projective measured foliation の空間 PMF に harmonic 測度 ν（μ-stationary 測度とも呼ばれる）を定める事を示した．本講演では「何かしらの被覆に関する持ち上げになっている元からなる PMF の部分集合」を harmonic 測度 ν で測った値がゼロとなる事を示す．

佐々木東容

自由群上のサブセットカレント空間について

自由群上のサブセットカレント空間は，測地カレント空間の拡張として Kapovich と Nagnibeda によって 2013 年に導入されたものである．この空間は，自由群の有限生成部分群の共役類全体の集合を測度論的に完備化した空間と見ることができ，自由群およびその有限生成部分群という離散的な対象に対して，収束概 念を与えている点が興味深い．講演者は，自由群の 2 つの有限生成部分群（の共役類）に対して，その交わり具合を測る量を自由群上のサブセットカレント空間上の連続かつ双線形な汎関数に拡張した．本講演では，自由群上のサブセットカレント空間の導入から始めて，背景を中心に話す予定である．

山内貴光

漸近次元とその無限次元性について

Coarse 幾何学における基本的な概念として, Gromov の漸近次元と Yu の性質 A が挙げられます．有界幾何をもち漸近次元が有限な距離空間は性質 A をみたすため (Higson and Roe, 2000), 性質 A は coarse 幾何学における無限次元性と捉えることができます．また, 漸近次元は, その定義から, 位相次元論における被覆次元の coarse 幾何学的対応概念と考えられます．これらの事実を受け, Dranishnikov (2000) は, 位相次元論における定理の coarse 幾何学的対応概念を考えることによる漸近次元の研究を提唱しました．本発表では, この十数年で発展した漸近次元論について, 特にその無限次元性について, 位相次元論的立場から紹介します．

嶺山良介

講演題目：ヒルベルト幾何のコロナ要旨：ユークリッド空間の有界凸領域にはヒルベルト距離（射影距離）が定まり、固有な距離空間になる。この空間はヒルベルト幾何と呼ばれる。そのよく知られた例として双曲空間のクライン・モデルが挙げられるが、一方で多面体の内部に定まるヒルベルト幾何はユークリッド空間と擬等長同型であることも知られている。このようなことからヒルベルト幾何は一般に双曲空間とユークリッド空間の中間の幾何学的性質を備えていると想像される。双曲空間には粗幾何学的に良い性質を備えた無限遠境界（コロナ）がある。本講演ではヒルベルト幾何がこのような良い境界を許容する条件を考察し、応用としてこの空間に対する粗 Novikov 予想について述べる。この発表の内容は愛媛大学の尾國新一氏との共同研究に基づくものである。