

微分積分I (b ~ h) : 演習問題 No. 12

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業まで必ず解いておくこと.

1 次の2変数関数を x および y について偏微分せよ.

(1) $z = x^5 + x^3y^3 + xy^4$

(2) $z = \sqrt{x^2 + 2y}$

(3) $z = e^{x-y} \sin(xy)$

(4) $z = \tan^{-1}(x^2y)$

2 次の2変数関数 $f(x, y)$ に対して, 極限值 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ が存在するかどうか調べよ.

(1) $f(x, y) = \frac{x^3}{x^2 + y^2}$

(2) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + xy + y^2}$

(3) $f(x, y) = x \log(x^2 + y^2)$

3 極座標を用いて次の2変数関数の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}$

(2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \tan^{-1}\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + y^2}\right)$

(3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$

4 次の2変数関数を x および y について偏微分せよ.

(1) $z = x^4 - 4x^3y + y^4$

(2) $z = \sqrt{x^2 + xy + y^2}$

(3) $z = \log_y x$

(4) $z = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

5 $f(x, y) = (x + y)\sqrt{x^2 + y^2}$ とする.

(1) $(0, 0)$ での偏微分係数 $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$ を定義に従って求めよ.

(2) $(a, b) \neq (0, 0)$ での偏微分係数 $f_x(a, b)$, $f_y(a, b)$ を求めよ.