

# 微分積分 I ( b ~ h ) : 演習問題 No. 11

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業まで必ず解いておくこと.

1 次のべき級数の収束半径および収束域を求めよ.

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} x^n \quad (3) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^n x^n$$

2 関数  $\frac{1}{1-x}$  のマクローリン展開を用いて次の関数のマクローリン展開を求めよ.

$$(1) \frac{1}{1-x^4} \quad (2) \frac{1}{(1-x)^2} \quad (3) \log(3-x)$$

3 次の関数のマクローリン展開を求めよ.

$$(1) \cosh x \quad (2) x \log(1+x^3) \quad (3) \int_0^x e^{-t^2} dt$$

4 関数  $\tan^{-1} x$  のマクローリン展開を用いて次式が成り立つことを示せ.

$$\pi = 2\sqrt{3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)3^n}$$

5 次の級数の和を求めよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \quad (2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n-1)}{2^n} \quad (3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

6  $f(x) = \frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$  ( $a > b$ ) とする.

(1) 次を満たす定数  $A, B$  を求めよ.

$$f(x) = \frac{x}{(1-ax)(1-bx)} = \frac{A}{1-ax} + \frac{B}{1-bx}$$

(2)  $f(x)$  のマクローリン展開を求めよ.