

# 微分積分I ( b ~ h ) : 演習問題 No. 10

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業まで必ず解いておくこと.

1 次の級数の収束・発散を判定せよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n^2}$$

2 次の級数の和を求めよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-3^n}{7^n}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2+\dots+n}$$

3 次の級数の収束・発散を判定せよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+2)^n}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(5) \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2}$$

4 (1) 自然数  $N \geq 2$  に対して, 次式が成り立つことを示せ.

$$\sum_{n=2}^N \frac{n}{n^3+1} \leq \int_1^N \frac{x}{x^3+1} dx \leq \sum_{n=1}^{N-1} \frac{n}{n^3+1}$$

(2) 次式が成り立つことを示せ.

$$\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{3} \log 2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1} \leq \frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{3} \log 2 + \frac{1}{2}$$