

微分積分 I (b ~ h) : 演習問題 No. 9

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業まで必ず解いておくこと.

1 次曲線で囲まれた部分の面積を求めよ.

$$(1) y = x^3 - 2x^2, y = x^2 \qquad (2) y = \frac{4}{x^2 + 4}, y = x^2 - \frac{7}{2}$$

2 次曲線や直線で囲まれた部分の面積を求めよ.

$$(1) y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{2} \quad (2) y^2 = 2x + 6, y = x - 1$$
$$(3) x = y^2 - 4y, x = 2y - y^2 \quad (4) (y - x)^2 + x^2 = a^2 \quad (a > 0)$$

3 次曲線の長さを求めよ.

$$(1) y = a \cosh \frac{x}{a} \text{ の } 0 \leq x \leq b \text{ の部分 } (a, b > 0)$$
$$(2) x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t) \text{ の } 0 \leq t \leq 2\pi \text{ の部分 } (a > 0)$$

4 次体積を求めよ.

- (1) $y = x$ と $y = x^2$ で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積
- (2) $y = x$ と $y = x^2$ で囲まれた図形を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積
- (3) $y = x$ と $y = x^2$ で囲まれた図形を直線 $y = -1$ の周りに 1 回転してできる立体の体積
- (4) $y = e^{x^2}$ と $y = ex^2$ で囲まれた図形を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積

5 関数 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) の曲線の長さを L と置く. このとき, 次が成り立つことを示せ.

$$L = \int_0^\pi \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \leq \frac{\sqrt{6}}{2}\pi.$$