

微分積分I (b ~ h) : 演習問題 No. 8

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業までに必ず解いておくこと.

1 $0 < p < 1$ とする.

- (1) 不定積分 $\int x^{p-1} \log x dx$ を求めよ.
- (2) 広義積分 $\int_0^1 x^{p-1} \log x dx$ の値を求めよ.

2 次の広義積分の値を求めよ.

- (1) $\int_0^\infty \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ (2) $\int_0^\infty \frac{4x^2}{x^4 + 4} dx$
- (3) $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} dx$ ($0 < a < b$)

3 次の広義積分の収束・発散を判定せよ.

- (1) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos x} dx$ (2) $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$
- (3) $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ (4) $\int_1^\infty \frac{1}{x^n + 1} dx$ (n は自然数)
- (5) $\int_0^\infty \frac{x^2 \tan^{-1} x}{(x^2 + 1)^2} dx$

4 広義積分 $I_n = \int_0^1 (\log x)^n dx$ (n は自然数) に対して以下の問いに答えよ.

- (1) I_1 を求めよ.
- (2) 漸化式 $I_n = -nI_{n-1}$ が成り立つことを示せ.
- (3) I_n を求めよ.