

微分積分 I (b ~ h) : 演習問題 No. 7

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業までに必ず解いておくこと.

1 $f(x) = \frac{4x^2}{x^4 + 4}$ とするとき以下の問に答えよ.

(1) 次を満たす定数 A, B, C, D を求めよ.

$$f(x) = \frac{4x^2}{(x^2 + 2)^2 - (2x)^2} = \frac{Ax + B}{x^2 - 2x + 2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 2x + 2}$$

(2) 関数 $f(x)$ の不定積分を求めよ.

2 次の有理関数の不定積分を求めよ.

(1) $\frac{2}{(x-1)(x^2+1)}$

(2) $\frac{3x}{x^3+1}$

(3) $\frac{2}{x^4+x^2+1}$

3 括弧内の変数変換を用いて, 次の不定積分を求めよ.

(1) $\int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx \quad (t = \tan \frac{x}{2})$

(2) $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx \quad (t = \tan x)$

(3) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx \quad (t = \sqrt{x+1})$

(4) $\int \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}} dx \quad (t = \sqrt{e^x - 1})$

4 次の定積分を求めよ.

(1) $\int_{-1}^7 \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$

(2) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2 + \cos x} dx$