

微分積分I (b ～ h) : 演習問題 No. 4

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業までに必ず解いておくこと.

1 $f(x) = \sin x - \cos 3x$ とする.

- (1) $n = 2$ としたときの $f(x)$ に対するマクローリンの定理を書き表せ. ただし, 剰余項は θ ($0 < \theta < 1$) を用いて表すこと.
- (2) マクローリンの定理を用いて, 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos 3x + 1 - x}{x^2}$$

2 $a < b$ とする. 次の関数 $f(x)$ に対して, $f'(c) = 0$ を満たす c ($a < c < b$) を求めよ.

- (1) $f(x) = (x - a)^m(x - b)^n$ (m と n は自然数)
- (2) $f(x) = (x - a)(x - b)\{(x - a)^2 + (x - b)^2\}$

3 次の関数 $f(x)$ と閉区間 $[a, b]$ に対して,

$$f'(a + \theta(b - a)) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

を満たす θ ($0 < \theta < 1$) を求めよ.

- (1) $f(x) = x^3 + x$, $[a, b] = [0, 2]$
- (2) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $[a, b] = [0, 1]$

4 マクローリンの定理を用いて, 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt[5]{1+x} - 1} - \frac{5}{x} \right)$$

5 次の $f(x)$ と n と a に対してテイラーの定理を書き表せ. ただし, 剰余項は θ ($0 < \theta < 1$) を用いて表すこと.

- (1) $f(x) = \sin x$, $n = 3$, $a = \pi$
- (2) $f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$, $n = 3$, $a = 0$