

ハドロン分子状態と それを識別するための物理量 「複合性」

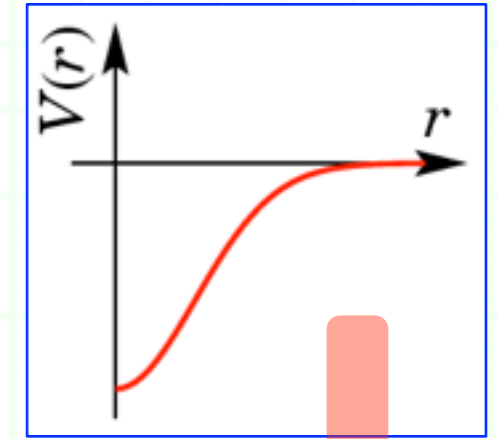
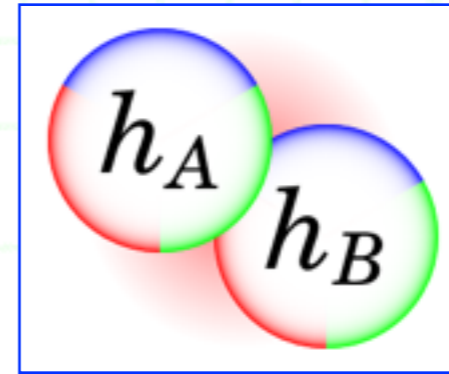
関原 隆泰
(日本原子力研究開発機構)

-
- [1] T. S., *Phys. Rev.* C95 (2017) 025206; in preparation.
 - [2] T. S., *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2015 091D01 [Letters].
 - [3] T. S., T. Hyodo and D. Jido, *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2015 063D04.
 - [4] T. S., T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui, *Phys. Rev.* C93 (2016) 035204.

Contents

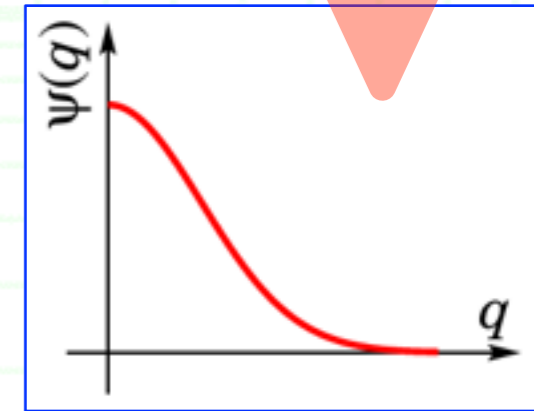
1. 導入

- 強い相互作用と、**ハドロン分子状態**の存在可能性。



2. 複合性の物理的意味

- ハドロン分子状態は、原子核と同様に量子力学が使える:
波動関数とそのノルム = **複合性**, 散乱振幅, ...
- **分子状態** [e.g. 重陽子 (deuteron)] の**波動関数**を得るには?
 - A. Schrödinger 方程式を解く.
 - B. Lippmann-Schwinger 方程式を解いて、**散乱振幅**から引き出す.

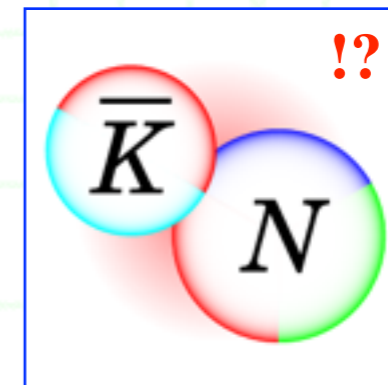


$$X \equiv \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2$$

3. 応用例: ハドロン共鳴状態の複合性

- **$\Lambda(1405)$ 共鳴状態**は $\bar{K}N$ の分子状態 ?
- **$\Xi(1690)$ 共鳴状態**は $\bar{K}\Sigma$ の分子状態 ?
- **$N(1535), N(1650)$ 共鳴状態**の中の間子-バリオン成分 ?

Our approach !



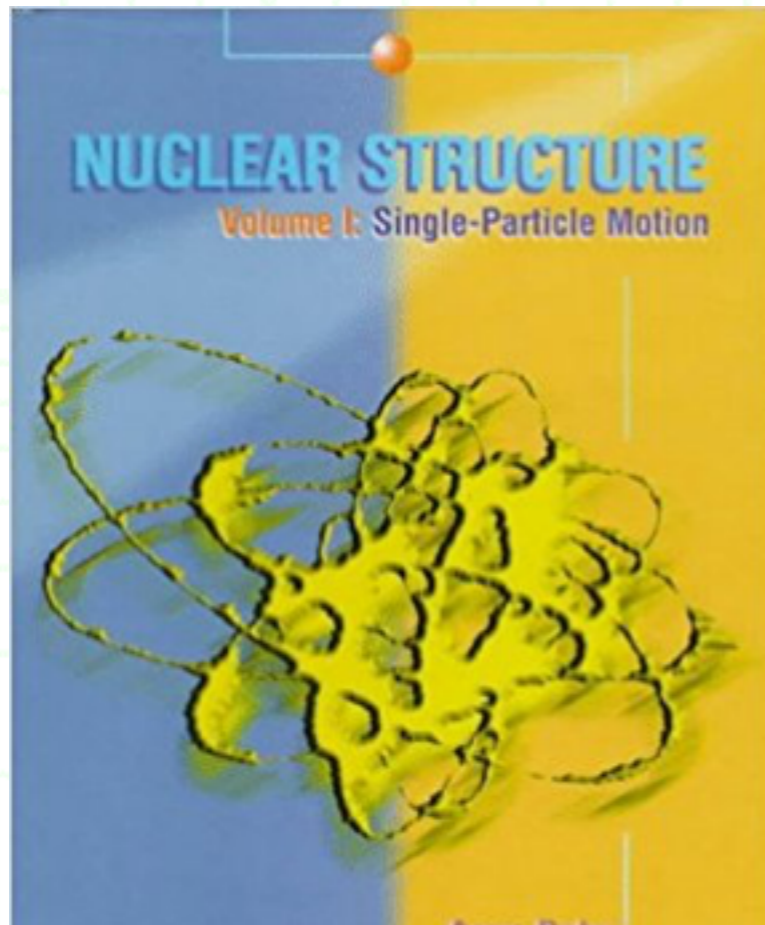
4. まとめ

1. 導入

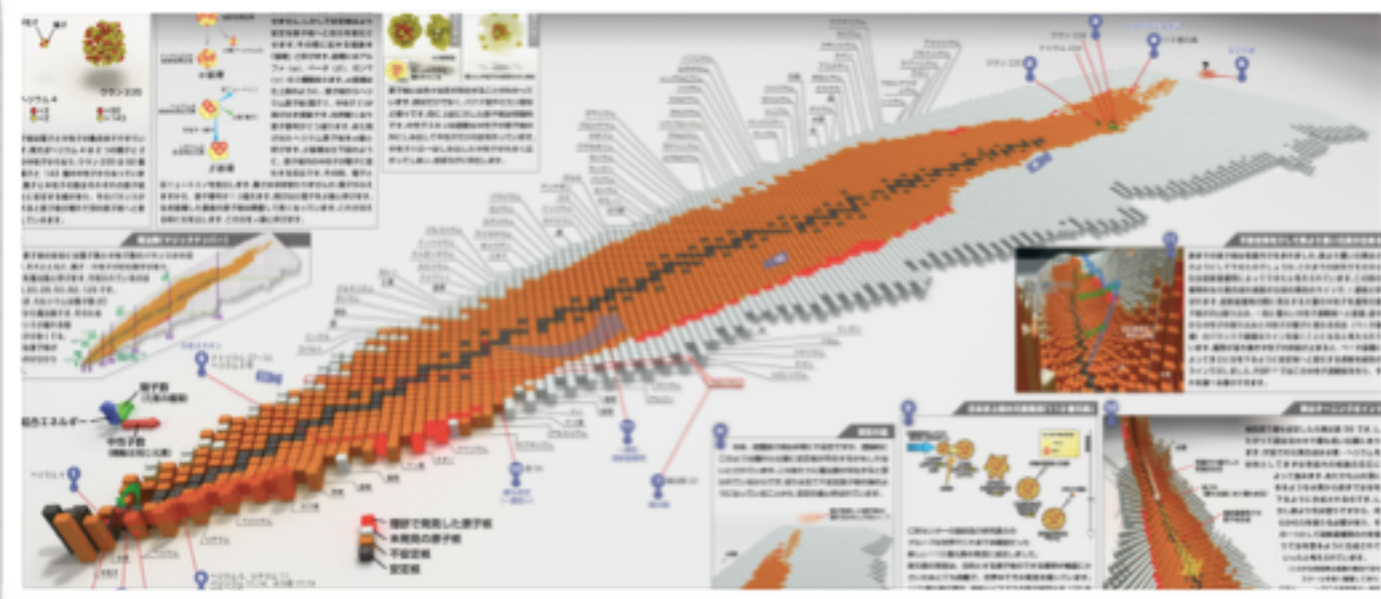
1. 導入

++ 原子核とは？ ++

Bohr & Mottelson,
Nuclear
Structure,
Vol. 1.



- **陽子と中性子** (あわせて**核子**) のみで構成された、核子多体系.
- **核力**により束縛。
--- 重力でも、電磁気力でも、弱い相互作用でもない。
- 核力の絶妙な性質により、**多種多様な原子核** ($Z \lesssim 120$) が存在。
 - 束縛エネルギーの飽和性.
 - 密度の飽和性.
 - **α クラスタ**をはじめとする 特異な構造の発現。



核図表 from 理研仁科センター.

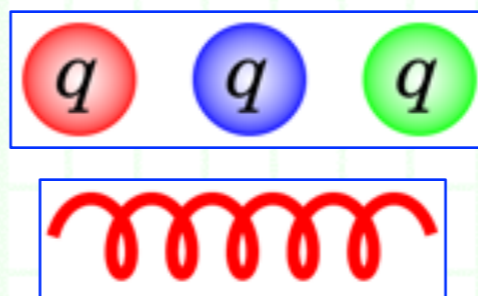
1. 導入

++ 核力とは？ ++

中間子を交換させれば
良えんや！ (1935)

- **核力 = 核子間に働く相互作用。**
- 核力の**起源**は, **QCD** (quantum chromodynamics: **量子色力学**) にあり！

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{q}(i\not{D} - m)q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$$

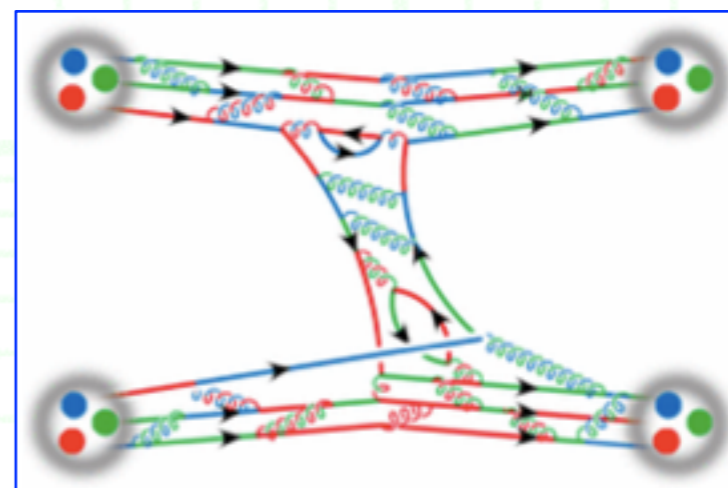
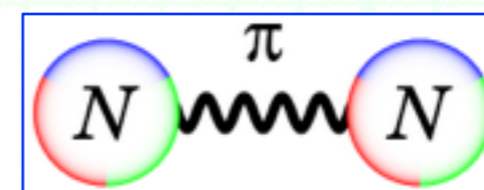


- 核力を QCD から直接導出するのは**非常に困難**.

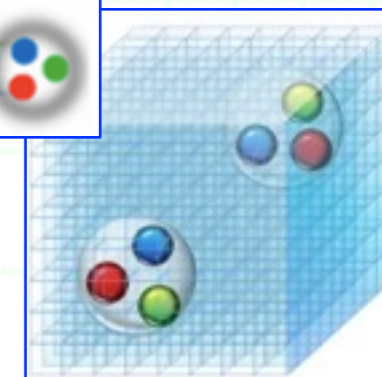
- **格子 QCD シミュレーション**を用いた **HAL QCD 法**が, ようやく現実のクォーク質量で実現.

T. Doi *et al.*, rXiv:1711.01952 [hep-lat]; ...

- 主に, **有効理論** (**カイラル摂動論**など) や **有効模型** (**中間子交換模型**など) で現象論的にアプローチ.



HAL QCD.

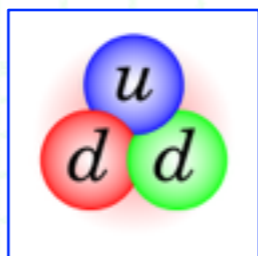
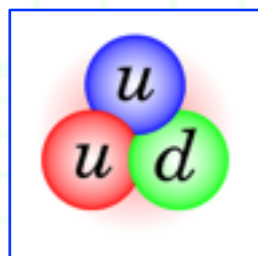


1. 導入

++ 核力から強い相互作用へ ++

■ 核子は、3つの (構成子) クォークからできている。

□ 陽子は uud , 中性子は udd .

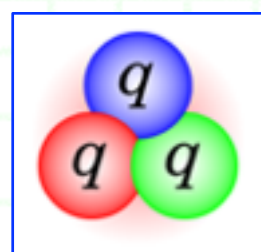


■ クォーク・グルーオン複合状態の交換が核力の本質。

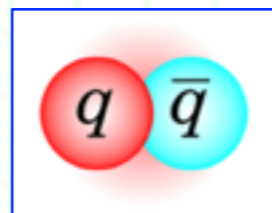
--> ということは、一般のクォーク多体系

= ハドロン (qqq : バリオン, $q\bar{q}$: 中間子) の間にも、

核力に対応する相互作用が発現している。

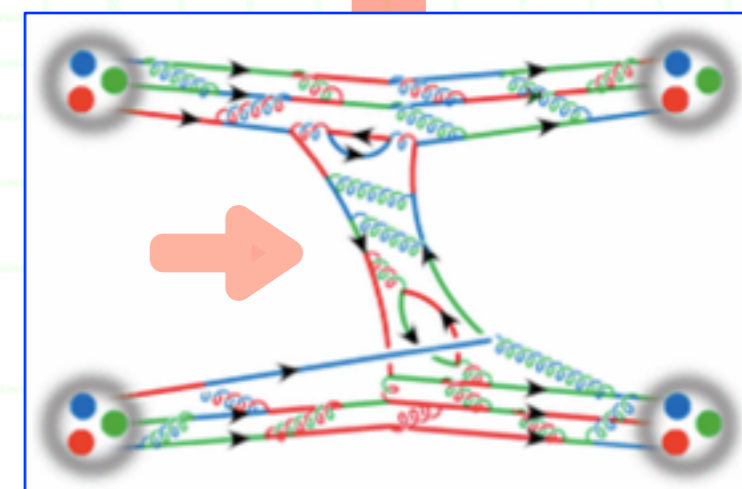
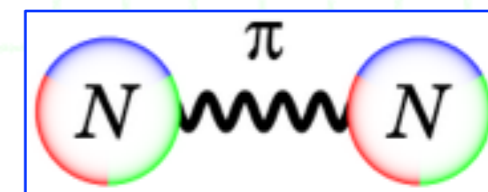


: p, n, Λ など。

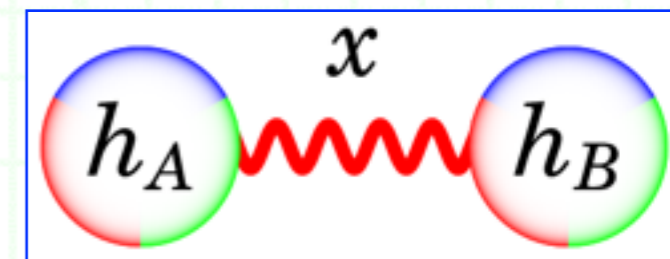


: $\pi, \rho, J/\psi$ など。

--- 強い相互作用! <-- 核力の一般化。



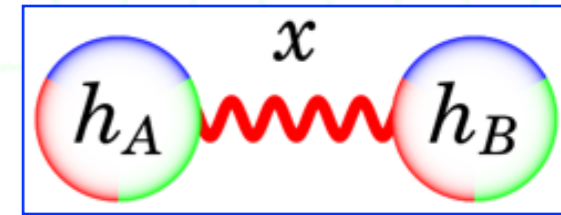
HAL QCD.



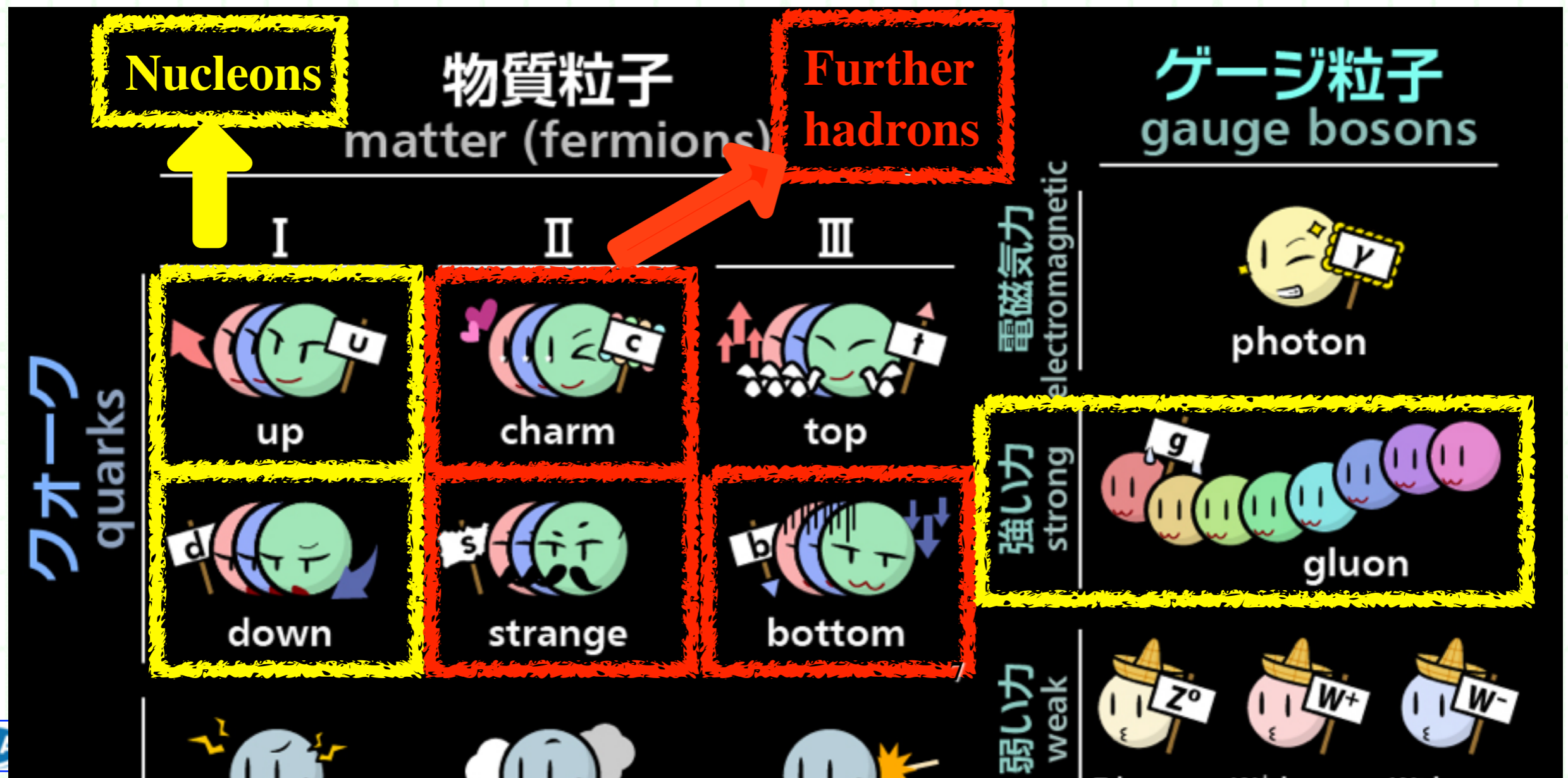
1. 導入

++ 原子核からハドロン多体系へ ++

- 強い相互作用は、クォークのフレーバーや配位によって引力にも斥力にもなって、その強さも様々だ...と予想。
--- まだよく分かっていない。



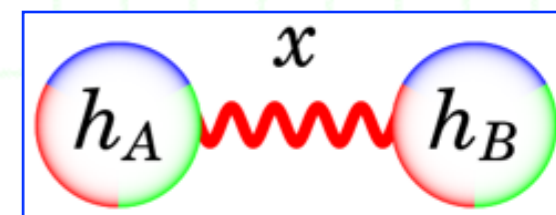
HIGGSTAN.



1. 導入

++ 原子核からハドロン多体系へ ++

- 強い相互作用は、クォークのフレーバーや配位によって **引力にも斥力にも**なって、**その強さも様々だ...**と予想。



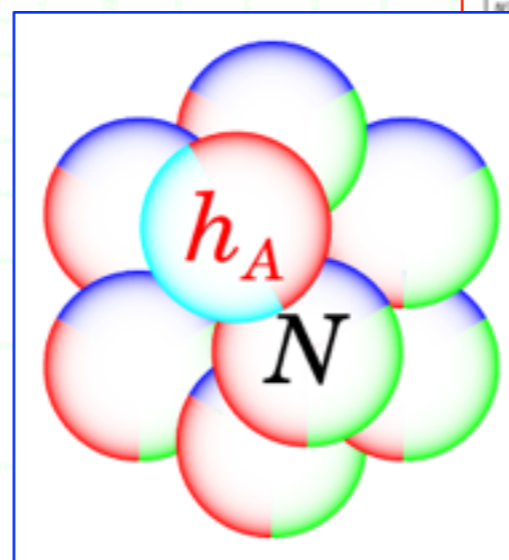
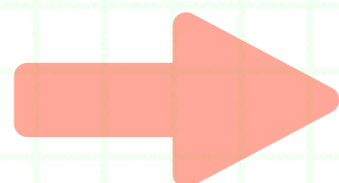
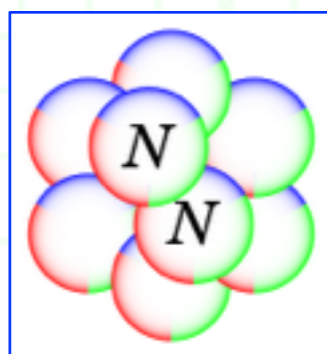
--- まだよく分かっていない。

- 我々の世界には、バリオンも中間子もそれぞれ ≥ 150 個存在する。

--> それらの組み合わせのなかには、**とても強い引力が働くものがあるはず。**

- 原子核と同様に、強い相互作用で つくられる束縛状態が存在する !?

--- (広義の) **ハドロン分子状態**。



Particle Data Group. Baryon Summary Table

This short table gives the name, the quantum numbers (where known), and the status of baryons in the Review. Only the baryons with 3- or 4-star status are included in the Baryon Summary Table. Due to insufficient data or uncertain interpretation, the other entries in the table are not established baryons. The names with masses are of baryons that decay strongly. The spin parity J^P (where known) is given with each particle. For the strongly decaying particles, the J^P values are considered to be part of the names.

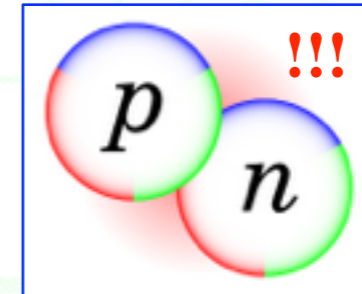
p	J^P	Mass	J^P	Mass	J^P	Mass	J^P	Mass	J^P	Mass
Λ	$1/2^+$	1115	$1/2^+$	1115	Σ^+	$1/2^+$	1189	$1/2^+$	Λ_c^+	$1/2^+$
$\Lambda(1405)$	$3/2^-$	1405	$1/2^+$	1193	Σ^0	$1/2^+$	1193	$1/2^+$	$\Lambda_c(2090)^0$	$1/2^+$
$\Lambda(1520)$	$3/2^-$	1520	$1/2^+$	1200	Σ^-	$1/2^+$	1193	$1/2^+$	$\Lambda_c(2290)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1600)$	$1/2^+$	1600	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1385)^+$	$3/2^+$	1385	$3/2^+$	$\Lambda_c(2420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1670)$	$5/2^-$	1670	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1400)$	$1/2^+$	1400	$1/2^+$	$\Lambda_c(2520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1800)$	$5/2^-$	1800	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1450)$	$1/2^+$	1450	$1/2^+$	$\Lambda_c(2620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1820)$	$3/2^-$	1820	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1670)^+$	$3/2^+$	1670	$3/2^+$	$\Lambda_c(2720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1870)$	$1/2^+$	1870	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1680)$	$1/2^+$	1680	$1/2^+$	$\Lambda_c(2820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(1990)$	$3/2^-$	1990	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1700)^+$	$1/2^+$	1700	$1/2^+$	$\Lambda_c(2920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2080)$	$3/2^-$	2080	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1790)^+$	$1/2^+$	1790	$1/2^+$	$\Lambda_c(3020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2160)$	$3/2^-$	2160	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1830)^+$	$1/2^+$	1830	$1/2^+$	$\Lambda_c(3120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2220)$	$3/2^-$	2220	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1875)^+$	$1/2^+$	1875	$1/2^+$	$\Lambda_c(3220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2280)$	$3/2^-$	2280	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1915)^+$	$1/2^+$	1915	$1/2^+$	$\Lambda_c(3320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2330)$	$3/2^-$	2330	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1940)^+$	$1/2^+$	1940	$1/2^+$	$\Lambda_c(3420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2380)$	$3/2^-$	2380	$1/2^+$	1210	$\Sigma(1990)^+$	$1/2^+$	1990	$1/2^+$	$\Lambda_c(3520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2430)$	$3/2^-$	2430	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2030)^+$	$1/2^+$	2030	$1/2^+$	$\Lambda_c(3620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2480)$	$3/2^-$	2480	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2070)^+$	$1/2^+$	2070	$1/2^+$	$\Lambda_c(3720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2530)$	$3/2^-$	2530	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2110)^+$	$1/2^+$	2110	$1/2^+$	$\Lambda_c(3820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2580)$	$3/2^-$	2580	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2150)^+$	$1/2^+$	2150	$1/2^+$	$\Lambda_c(3920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2630)$	$3/2^-$	2630	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2190)^+$	$1/2^+$	2190	$1/2^+$	$\Lambda_c(4020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2680)$	$3/2^-$	2680	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2230)^+$	$1/2^+$	2230	$1/2^+$	$\Lambda_c(4120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2730)$	$3/2^-$	2730	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2270)^+$	$1/2^+$	2270	$1/2^+$	$\Lambda_c(4220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2780)$	$3/2^-$	2780	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2310)^+$	$1/2^+$	2310	$1/2^+$	$\Lambda_c(4320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2830)$	$3/2^-$	2830	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2350)^+$	$1/2^+$	2350	$1/2^+$	$\Lambda_c(4420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2880)$	$3/2^-$	2880	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2390)^+$	$1/2^+$	2390	$1/2^+$	$\Lambda_c(4520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2930)$	$3/2^-$	2930	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2430)^+$	$1/2^+$	2430	$1/2^+$	$\Lambda_c(4620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(2980)$	$3/2^-$	2980	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2470)^+$	$1/2^+$	2470	$1/2^+$	$\Lambda_c(4720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3030)$	$3/2^-$	3030	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2510)^+$	$1/2^+$	2510	$1/2^+$	$\Lambda_c(4820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3080)$	$3/2^-$	3080	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2550)^+$	$1/2^+$	2550	$1/2^+$	$\Lambda_c(4920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3130)$	$3/2^-$	3130	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2590)^+$	$1/2^+$	2590	$1/2^+$	$\Lambda_c(5020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3180)$	$3/2^-$	3180	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2630)^+$	$1/2^+$	2630	$1/2^+$	$\Lambda_c(5120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3230)$	$3/2^-$	3230	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2670)^+$	$1/2^+$	2670	$1/2^+$	$\Lambda_c(5220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3280)$	$3/2^-$	3280	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2710)^+$	$1/2^+$	2710	$1/2^+$	$\Lambda_c(5320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3330)$	$3/2^-$	3330	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2750)^+$	$1/2^+$	2750	$1/2^+$	$\Lambda_c(5420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3380)$	$3/2^-$	3380	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2790)^+$	$1/2^+$	2790	$1/2^+$	$\Lambda_c(5520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3430)$	$3/2^-$	3430	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2830)^+$	$1/2^+$	2830	$1/2^+$	$\Lambda_c(5620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3480)$	$3/2^-$	3480	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2870)^+$	$1/2^+$	2870	$1/2^+$	$\Lambda_c(5720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3530)$	$3/2^-$	3530	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2910)^+$	$1/2^+$	2910	$1/2^+$	$\Lambda_c(5820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3580)$	$3/2^-$	3580	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2950)^+$	$1/2^+$	2950	$1/2^+$	$\Lambda_c(5920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3630)$	$3/2^-$	3630	$1/2^+$	1210	$\Sigma(2990)^+$	$1/2^+$	2990	$1/2^+$	$\Lambda_c(6020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3680)$	$3/2^-$	3680	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3030)^+$	$1/2^+$	3030	$1/2^+$	$\Lambda_c(6120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3730)$	$3/2^-$	3730	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3070)^+$	$1/2^+$	3070	$1/2^+$	$\Lambda_c(6220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3780)$	$3/2^-$	3780	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3110)^+$	$1/2^+$	3110	$1/2^+$	$\Lambda_c(6320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3830)$	$3/2^-$	3830	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3150)^+$	$1/2^+$	3150	$1/2^+$	$\Lambda_c(6420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3880)$	$3/2^-$	3880	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3190)^+$	$1/2^+$	3190	$1/2^+$	$\Lambda_c(6520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3930)$	$3/2^-$	3930	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3230)^+$	$1/2^+$	3230	$1/2^+$	$\Lambda_c(6620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(3980)$	$3/2^-$	3980	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3270)^+$	$1/2^+$	3270	$1/2^+$	$\Lambda_c(6720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4030)$	$3/2^-$	4030	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3310)^+$	$1/2^+$	3310	$1/2^+$	$\Lambda_c(6820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4080)$	$3/2^-$	4080	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3350)^+$	$1/2^+$	3350	$1/2^+$	$\Lambda_c(6920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4130)$	$3/2^-$	4130	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3390)^+$	$1/2^+$	3390	$1/2^+$	$\Lambda_c(7020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4180)$	$3/2^-$	4180	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3430)^+$	$1/2^+$	3430	$1/2^+$	$\Lambda_c(7120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4230)$	$3/2^-$	4230	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3470)^+$	$1/2^+$	3470	$1/2^+$	$\Lambda_c(7220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4280)$	$3/2^-$	4280	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3510)^+$	$1/2^+$	3510	$1/2^+$	$\Lambda_c(7320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4330)$	$3/2^-$	4330	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3550)^+$	$1/2^+$	3550	$1/2^+$	$\Lambda_c(7420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4380)$	$3/2^-$	4380	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3590)^+$	$1/2^+$	3590	$1/2^+$	$\Lambda_c(7520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4430)$	$3/2^-$	4430	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3630)^+$	$1/2^+$	3630	$1/2^+$	$\Lambda_c(7620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4480)$	$3/2^-$	4480	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3670)^+$	$1/2^+$	3670	$1/2^+$	$\Lambda_c(7720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4530)$	$3/2^-$	4530	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3710)^+$	$1/2^+$	3710	$1/2^+$	$\Lambda_c(7820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4580)$	$3/2^-$	4580	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3750)^+$	$1/2^+$	3750	$1/2^+$	$\Lambda_c(7920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4630)$	$3/2^-$	4630	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3790)^+$	$1/2^+$	3790	$1/2^+$	$\Lambda_c(8020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4680)$	$3/2^-$	4680	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3830)^+$	$1/2^+$	3830	$1/2^+$	$\Lambda_c(8120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4730)$	$3/2^-$	4730	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3870)^+$	$1/2^+$	3870	$1/2^+$	$\Lambda_c(8220)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4780)$	$3/2^-$	4780	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3910)^+$	$1/2^+$	3910	$1/2^+$	$\Lambda_c(8320)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4830)$	$3/2^-$	4830	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3950)^+$	$1/2^+$	3950	$1/2^+$	$\Lambda_c(8420)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4880)$	$3/2^-$	4880	$1/2^+$	1210	$\Sigma(3990)^+$	$1/2^+$	3990	$1/2^+$	$\Lambda_c(8520)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4930)$	$3/2^-$	4930	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4030)^+$	$1/2^+$	4030	$1/2^+$	$\Lambda_c(8620)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(4980)$	$3/2^-$	4980	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4070)^+$	$1/2^+$	4070	$1/2^+$	$\Lambda_c(8720)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(5030)$	$3/2^-$	5030	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4110)^+$	$1/2^+$	4110	$1/2^+$	$\Lambda_c(8820)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(5080)$	$3/2^-$	5080	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4150)^+$	$1/2^+$	4150	$1/2^+$	$\Lambda_c(8920)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(5130)$	$3/2^-$	5130	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4190)^+$	$1/2^+$	4190	$1/2^+$	$\Lambda_c(9020)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(5180)$	$3/2^-$	5180	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4230)^+$	$1/2^+$	4230	$1/2^+$	$\Lambda_c(9120)^+$	$1/2^+$
$\Lambda(5230)$	$3/2^-$	5230	$1/2^+$	1210	$\Sigma(4270)^+$	$1/2^+$	4270	$1/2^+$	$\Lambda_c(9220)^+$	$1/2^+$

1. 導入

++ ハドロン分子状態の候補たち (の例) ++

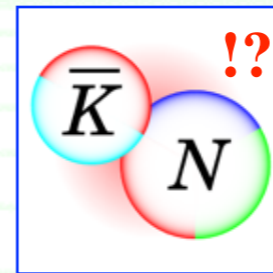
- **重陽子** (deuteron): pn 分子状態, 存在は**確立**.

--- ハドロン分子状態の “プロトタイプ”.



プロト
タイプ

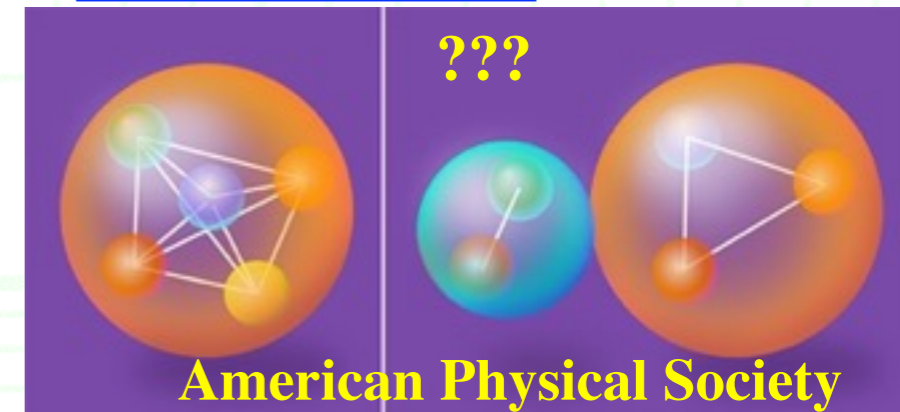
- **$\Lambda(1405)$ 共鳴**: $\bar{K}N$ 分子状態 !?



- **$P_c(4450)$ 共鳴**: コンパクトなペンタクォーク ??? 分子状態 ???

- **$d^*(2380)$ 共鳴**: $\Delta\Delta$ 分子状態 ???

- **J-PARC E15/E27** で得られた “ $\bar{K}NN$ ” 状態 ???



by Jido-san

- ... どうやって**識別**する? --> 2 体系に関しては, **複合性**が有効.

1. 導入

++ なぜ, ハドロン分子状態か? ++

- ちょっと立ち止まって... **なぜハドロン分子状態を研究するのか?**

- 強い相互作用という, 我々の宇宙を形作る力のひとつをより深く理解したい.

- そもそも, 重陽子をはじめとした原子核のほかに, こんな“エキゾチック”な状態は存在するのか?

- **新しい多体系**. 多体系の量子力学の「試験場」.

- ハドロン間相互作用や有限密度中におけるハドロンの性質変化の理解.
--> **QCDの動力学**との関連. 中性子星などの現象への応用.

- ...

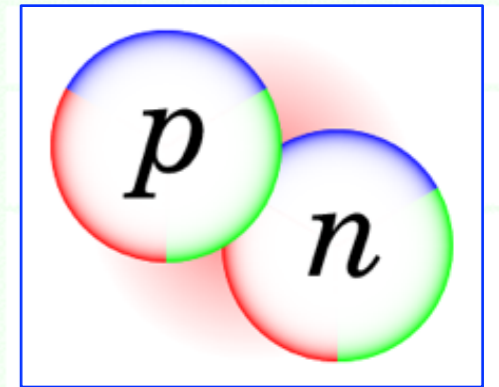


2. 複合性の物理的意味

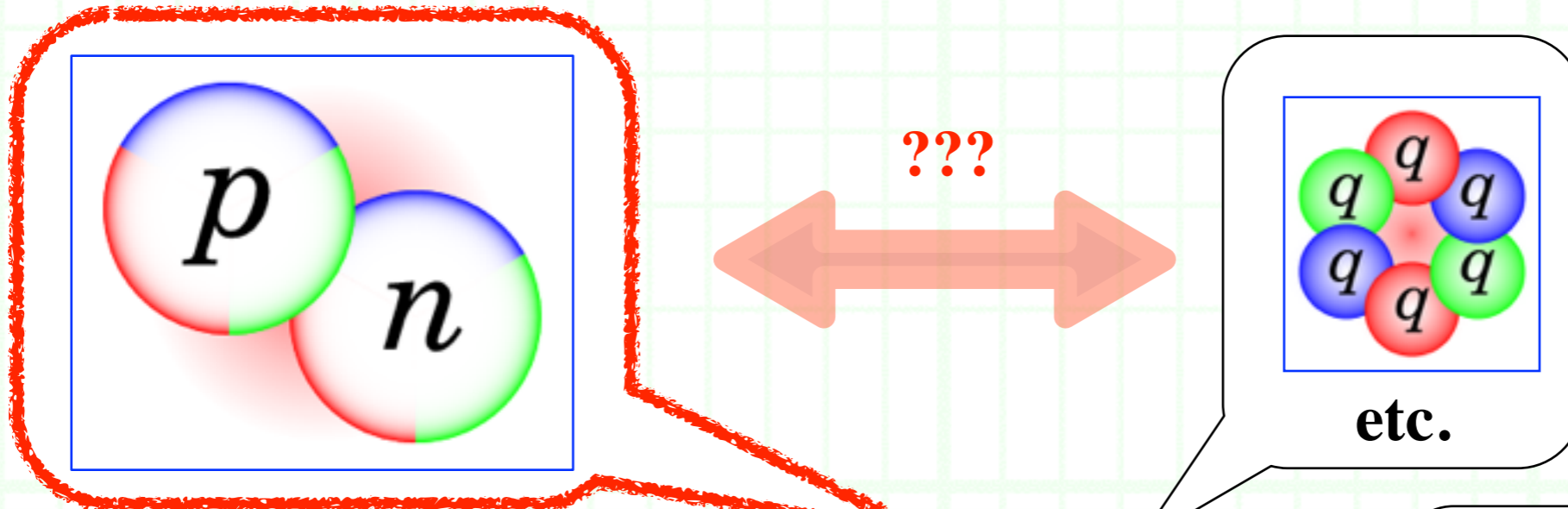
2. 複合性の物理的意味

++ プロトタイプ・重陽子 ++

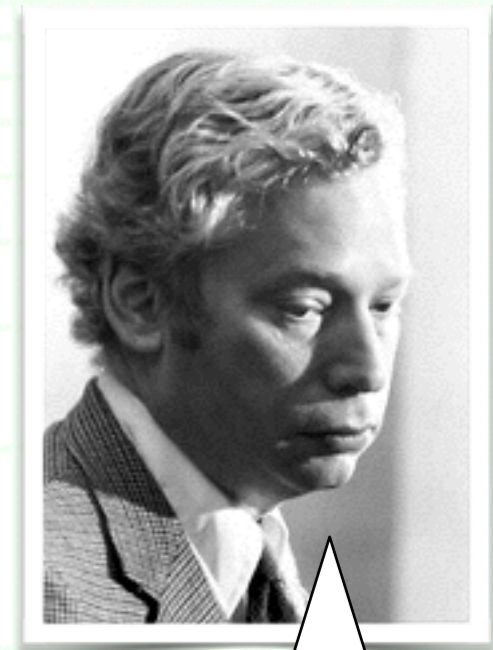
- 重陽子は、陽子と中性子の分子状態である。
--- 本当ですか？ どうやって“証明”しますか？



- 重陽子が陽子 - 中性子の分子状態の確率は？



$$\langle B|B \rangle = X + Z = 1$$



Field renormalization constant ! (1965)

- Weinberg が量子力学における一般的な波動方程式を用いて、弱束縛領域 ($B_E \ll E_{\text{typical}}$) で模型非依存にその確率を示した。Weinberg (1965).
(QCD を用いたのではない！)

2. 複合性の物理的意味

++ 重陽子は本当に分子状態？ ++

■ 場のくりこみ定数 Z : $Z \equiv \langle B|B_0\rangle\langle B_0|B\rangle$ \longleftrightarrow $\langle B|B\rangle = X + Z = 1$

--- 全波動関数 $|B\rangle$ のうちに、 pn 以外の成分 $|B_0\rangle$ が見出される“確率”。

□ $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$

--> 1 を H_0 の固有値で分解:

$$\mathbb{1} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |\mathbf{p}\rangle\langle\mathbf{p}| + |B_0\rangle\langle B_0|$$

$$\rightarrow 1 = \langle B|\mathbb{1}|B\rangle = \langle B|B_0\rangle\langle B_0|B\rangle + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \langle B|\mathbf{p}\rangle\langle\mathbf{p}|B\rangle$$

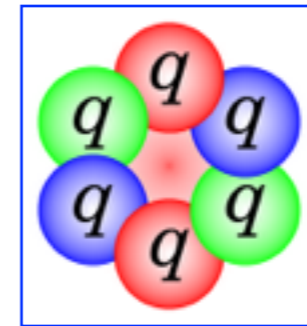
$$\mathcal{E}(p) \equiv \frac{p^2}{2\mu}$$

B_E : 束縛エネルギー。

$$\langle B|\mathbf{p}\rangle = \frac{\langle B|(\hat{H} - \hat{H}_0)|\mathbf{p}\rangle}{-B_E - \mathcal{E}(p)} = -\frac{\langle B|\hat{V}|\mathbf{p}\rangle}{B_E + \mathcal{E}(p)}$$

$$\rightarrow 1 - Z = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{|\langle B|\hat{V}|\mathbf{p}\rangle|^2}{[\mathcal{E}(p) + B_E]^2} \approx g^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{[\mathcal{E}(p) + B_E]^2}$$

--- B_E が小さいと、分母が支配的で分子は定数とみなせる。 g は pn - d 結合定数。



詳細は指定しない。

etc.

2. 複合性の物理的意味

++ 重陽子は本当に分子状態？ ++

$$1 - Z = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{|\langle B | \hat{V} | \mathbf{p} \rangle|^2}{[\mathcal{E}(p) + B_E]^2} \approx g^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{[\mathcal{E}(p) + B_E]^2}$$

□ 一方, pn - d 結合定数は散乱振幅の留数に一致:

$$T_{pn}(E) = \frac{g^2}{E + B_E} + (\text{sub-dominant}) \propto \left(-\frac{1}{a} - ip + \frac{1}{2}r_e p^2 \right)^{-1}$$

□ 結合定数 g を, 散乱長 a や 有効レンジ r_e と関係付ければ:

$$a = \frac{2(1 - Z)}{2 - Z} R + \mathcal{O}(m_\pi^{-1}), \quad r_e = -\frac{Z}{1 - Z} R + \mathcal{O}(m_\pi^{-1}), \quad R \equiv \frac{1}{\sqrt{2\mu B}} = 4.318 \text{ fm}$$

--- Weinberg の複合性条件 (compositeness condition).

□ pn 散乱 (3S_1) の散乱長と有効レンジの実験値:

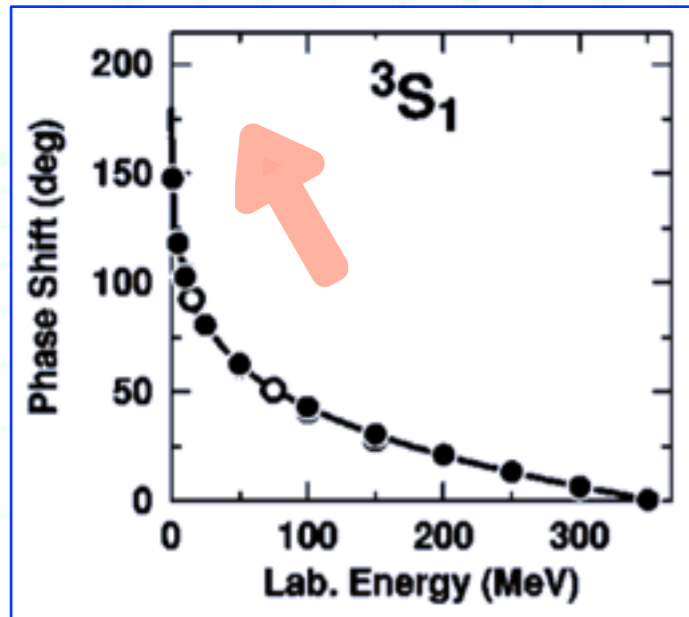
$$a = 5.419 \pm 0.007 \text{ fm}, \quad r_e = 1.7513 \pm 0.008 \text{ fm} \quad \rightarrow Z \approx 0 \text{ と無矛盾!}$$

Machleidt, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 024001.

2. 複合性の物理的意味

++ 重陽子の波動関数 ++

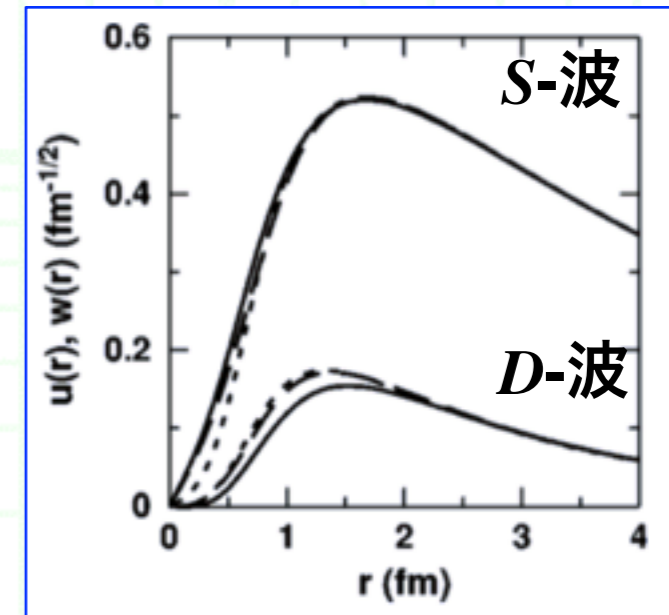
- そんな訳で、重陽子に対しては、安心して pn 系の量子力学が使える。



NN 散乱の
位相のずれ

Machleidt, *Phys. Rev. C* **63**
(2001) 024001.

重陽子の
波動関数

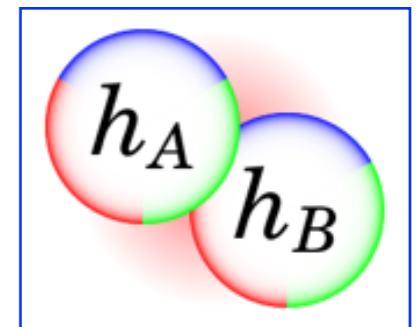


- 教訓: **一般のハドロン分子状態候補**も同じように調べられる。

--- ハドロン分子状態を識別するために、量子力学が使える。

- **2体束縛系の波動関数**, そのノルム (= compositeness, 複合性), 散乱振幅, ...

- 注意点: **模型依存性**に気を付けなければならない。



$$\langle B|B \rangle = X + Z = 1$$

2. 複合性の物理的意味

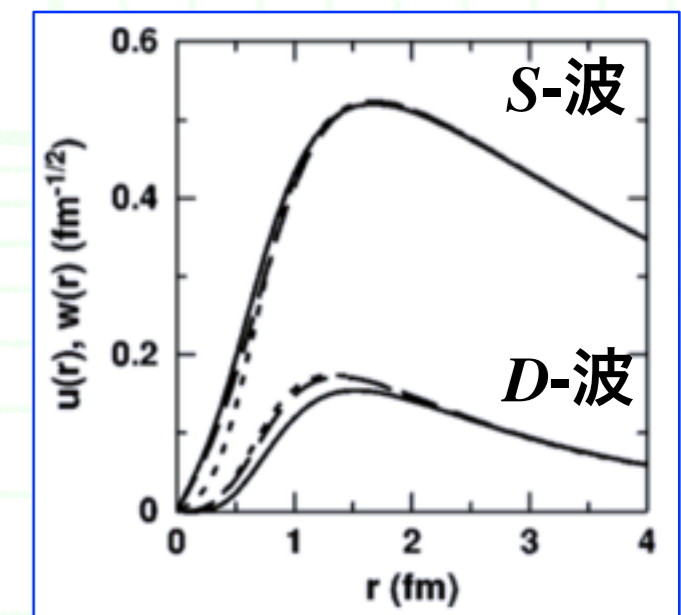
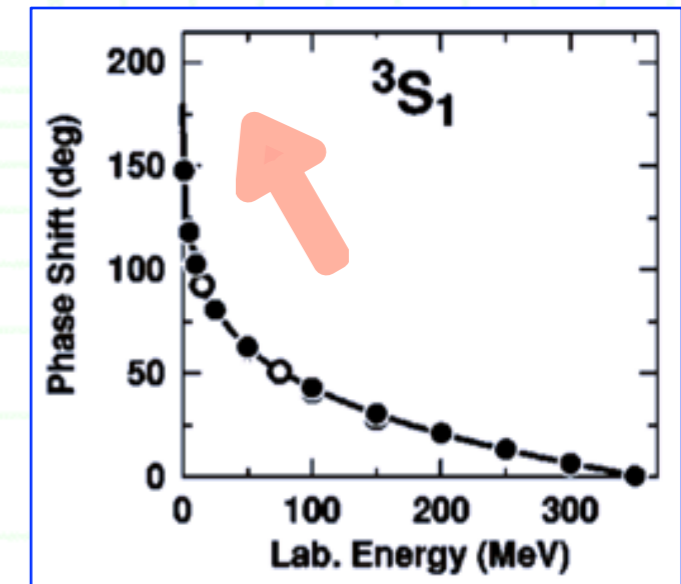
++ 量子力学における模型依存性 ++

- 量子力学には、模型に依存せず実験で直接測定できる**観測可能量 (observable)**と、直接測定できずどうしても模型依存となる量 (non-observable)が存在する。

- **陽子や重陽子の質量。**
- **クォークの質量 (QCD の範囲)。**
- **NN 散乱の断面積。**
- **NN 散乱の位相のずれ。**
- **核力 $V(r)$ 。**

--- 進んだ注: あれ? **水素原子のクーロン相互作用**は、量子力学の教科書に明記されているけど、観測可能量なの?

- **波動関数。**
- **重陽子の D -波の割合 P_D 。**
- **場のくりこみ定数。**
- ...



Machleidt, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 024001.

2. 複合性の物理的意味

++ 模型依存性: 重陽子の場合 ++

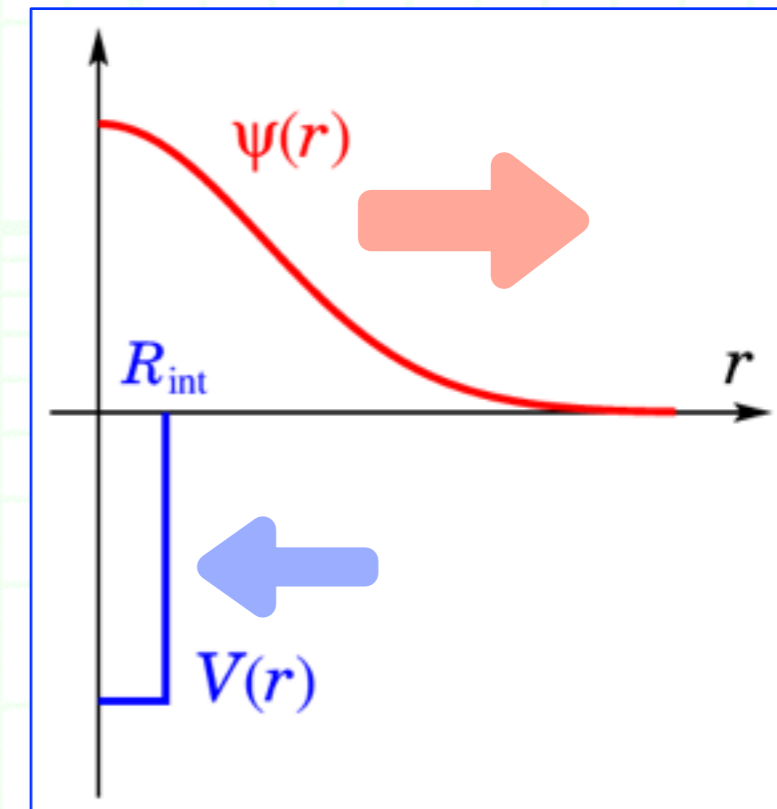
- もう一度, 重陽子に対する Weinberg の複合性条件を見てみる:

$$a = \frac{2(1-Z)}{2-Z}R + \mathcal{O}(m_\pi^{-1}), \quad r_e = -\frac{Z}{1-Z}R + \mathcal{O}(m_\pi^{-1}), \quad R \equiv \frac{1}{\sqrt{2\mu B}} = 4.318 \text{ fm}$$

- $\mathcal{O}(m_\pi^{-1})$ の項が模型依存性.
- ただし, 弱束縛領域 ($B_E \ll E_{\text{typical}}$) では, $\mathcal{O}(m_\pi^{-1})$ の寄与は小さい.
--> Z を求める際の模型依存性は, $\mathcal{O}(m_\pi^{-1})$ で抑えられている. --- 模型非依存.

- もう少し別の観点から考察する: 座標空間の場合.

- 波動関数 $\psi(r)$ のノルム $X = 1 - Z$.
- 弱束縛領域では, 波動関数 $\psi(r)$ が大きく外に広がる.
--> $R_{\text{int}} \ll r$ の領域からの寄与が支配的.
- $V(r)$ の詳細に依存する, $r < R_{\text{int}}$ の領域からの寄与が模型依存性に相当.



2. 複合性の物理的意味

++ 模型依存性: 一般の場合 ++

■ 一般には、**波動関数もそのノルムも模型に依存する。**

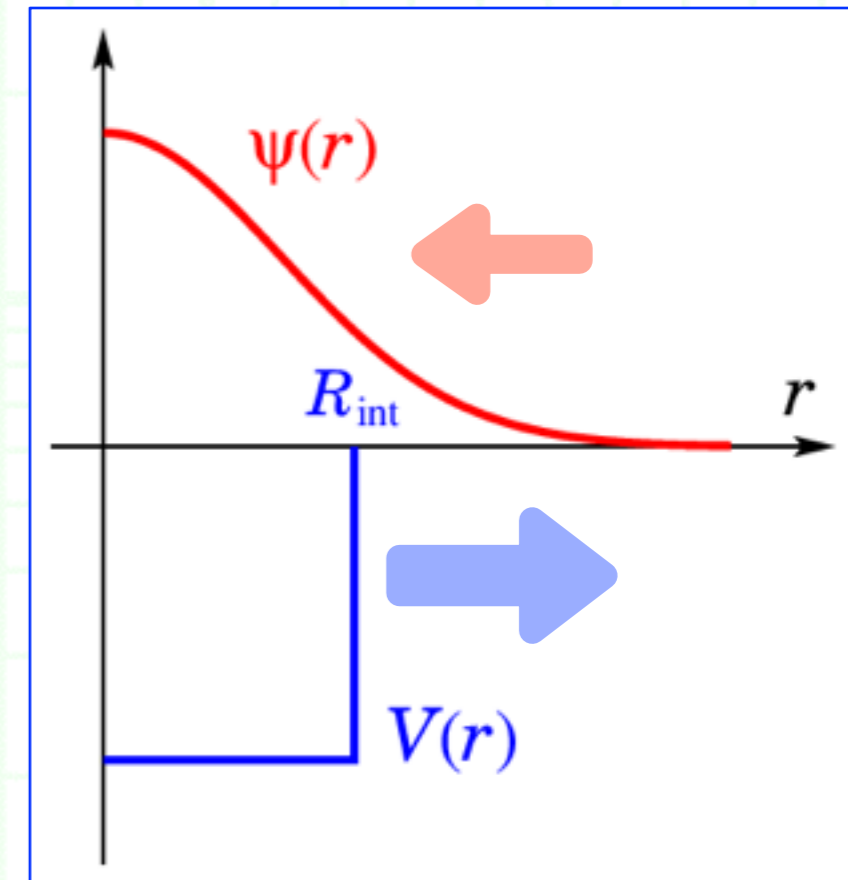
--- 波動関数の性質が $V(r)$ の詳細に依存してしまう。

■ それでも、**ひとたび相互作用 V と模型空間**
(どんなチャンネルを入れるか) **が決まれば、**
波動関数のノルムは一意に決まる。

□ 散乱振幅から、規格化された波動関数が
引き出される。

□ 結合チャンネル法でも、共鳴状態でも、
エネルギー依存相互作用でも適用可能！

□ 散乱振幅から得られた、規格化された波動関数の**ノルム**を計算すれば、
それぞれの模型の中でどれだけハドロン分子的成分が占めるかを
決められる。



今回の主張

2. 複合性の物理的意味

++ 今回考える系 ++

- 相互作用が与えられたとして, 以下の量子力学系を考える.

- **全ハミルトニアン**: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(E)$

- 自由部分 H_0 と 相互作用 V .

- 相互作用 V は適切なモデルで決定,

- 系のエネルギー E に依存してもよい.

- **自由ハミルトニアン** は 自由 2 体系状態を固有状態に持つ:

$$\hat{H}_0 |q\rangle = \mathcal{E}(q) |q\rangle$$

$$\mathcal{E}(q) = \sqrt{m_1^2 + q^2} + \sqrt{m_2^2 + q^2}$$

または

$$\mathcal{E}(q) = m_1 + m_2 + \frac{q^2}{2\mu}$$

- 2 体系の 相対運動量 q .

- **全ハミルトニアン** は 束縛状態 (共鳴状態も可) を固有状態に持つ:

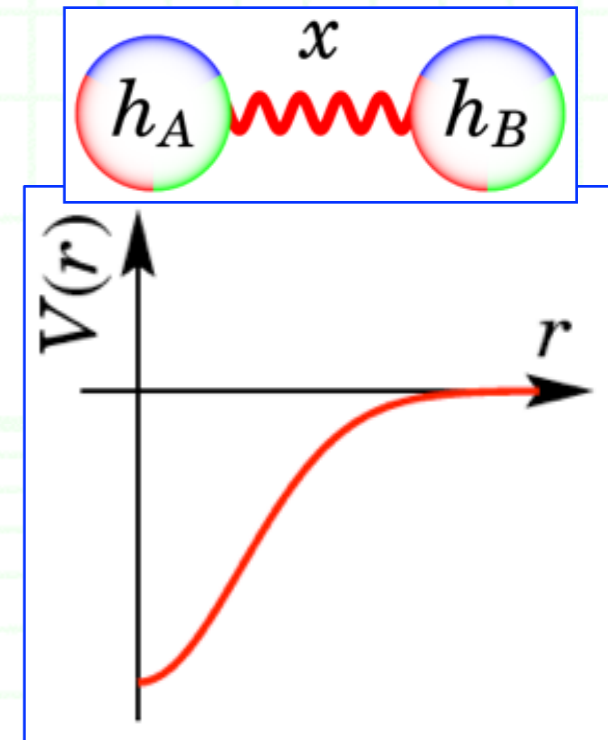
$$\hat{H} |\Psi\rangle = (\hat{H}_0 + \hat{V}) |\Psi\rangle = E_{\text{pole}} |\Psi\rangle$$

$$\langle \tilde{\Psi} | \hat{H} = \langle \tilde{\Psi} | (\hat{H}_0 + \hat{V}) = E_{\text{pole}} \langle \tilde{\Psi} |$$

- 固有値 E_{pole} は, **実数 (崩壊しない束縛状態)**

- または **複素数 (共鳴状態)**.

共鳴状態ならば,
Gamow ベクトル.



2. 複合性の物理的意味

++ ノルムとして複合性を定義 ++

- 定義: 複合性を, 束縛状態波動関数のうちの 2 体状態波動関数のノルムとして定義する.

- 2 体状態波動関数 (運動量空間):

$$\langle \mathbf{q} | \Psi \rangle = \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

- 2 体状態波動関数のノルム:

$$X \equiv \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2$$

$$\langle \mathbf{q}' | \mathbf{q} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q}' - \mathbf{q})$$

$$\mathbb{1}_{\text{two-body}} = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} |\mathbf{q}\rangle \langle \mathbf{q}|$$

- 注意: まだ, 波動関数を規格化していない.

--> 複合性の正しい解釈のためには, 波動関数を規格化しなければならない.

2. 複合性の物理的意味

++ 波動関数, Lippmann-Schwinger 方程式より ++

- 正しく規格化された波動関数を得るためには, **Schrödinger** 方程式より **Lippmann-Schwinger** 方程式を解く方が良い!

- **Schrödinger** 方程式 (運動量空間):

$$\mathcal{E}(q)\tilde{\psi}(q) + \int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3} V(q, q')\tilde{\psi}(q') = E_{\text{pole}}\tilde{\psi}(q)$$

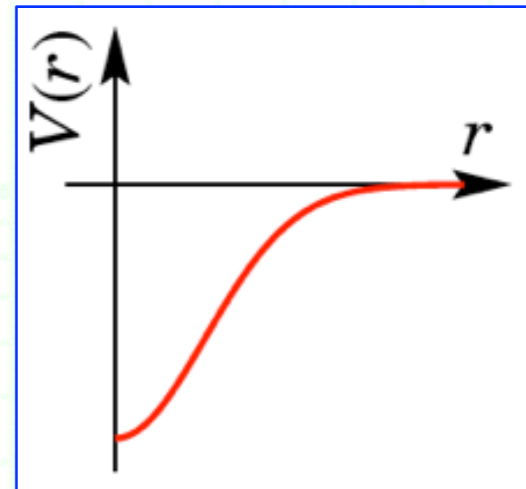
--- 斉次方程式であり, 手で規格化する必要がある。

- **Lippmann-Schwinger** 方程式 (運動量空間):

$$T(E; q', q) = V(q', q) + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{V(q', k)T(E; k, q)}{E - \mathcal{E}(k)}$$

--- 非斉次方程式であり, 散乱振幅 T の 規格化を考えなくてもよい!

- **Lippmann-Schwinger** 方程式のどこに波動関数があるの?



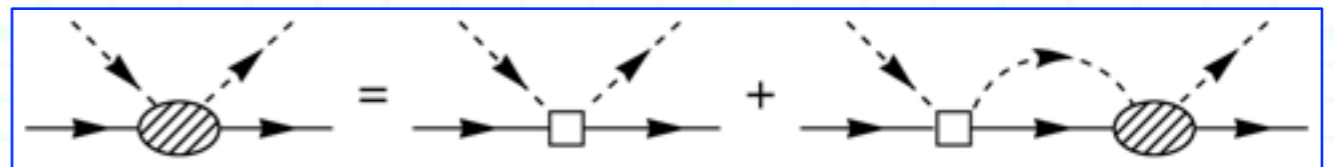
2. 複合性の物理的意味

++ 波動関数, Lippmann-Schwinger 方程式より ++

- 束縛状態の極の位置で, Lippmann-Schwinger 方程式を解く.

$$\hat{T}(E) = \hat{V} + \hat{V} \frac{1}{E - \hat{H}_0} \hat{T} = \hat{V} + \hat{V} \frac{1}{E - \hat{H}} \hat{V}$$

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = \langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle$$



- 極の位置 E_{pole} では, 全ハミルトニアン H の固有状態による展開のうち, 束縛状態による寄与で散乱振幅が支配される:

$$\langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle \approx \langle \mathbf{q}' | \hat{V} | \Psi \rangle \frac{1}{E - E_{\text{pole}}} \langle \tilde{\Psi} | \hat{V} | \mathbf{q} \rangle$$

$$|\Psi\rangle, |\mathbf{q}_{\text{full}}\rangle, \dots$$

$$\langle \tilde{\Psi} |, \langle \mathbf{q}_{\text{full}} |, \dots$$



$$\mathbb{1} = |\Psi\rangle \langle \tilde{\Psi}| + \dots$$

- 散乱振幅の極の留数に, **2 体状態波動関数の情報**が含まれている!

$$\langle \mathbf{q} | \hat{V} | \Psi \rangle = \langle \mathbf{q} | (\hat{H} - \hat{H}_0) | \Psi \rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)] \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

$$\mathcal{E}(q) = \sqrt{m_1^2 + q^2} + \sqrt{m_2^2 + q^2}$$

$$\langle \tilde{\Psi} | \hat{V} | \mathbf{q} \rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)] \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

または $\mathcal{E}(q) = m_1 + m_2 + \frac{q^2}{2\mu}$

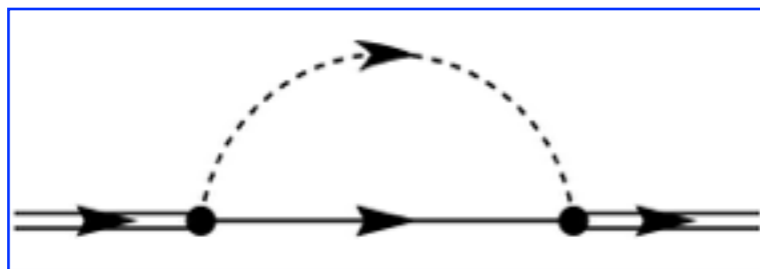
2. 複合性の物理的意味

□ **くりこみの考え方**ここにあり:

$$\frac{1}{E - \hat{H}(E)} \approx |\Psi\rangle \frac{1}{E - E_{\text{pole}}} \langle \tilde{\Psi}|$$

--> この段階で, 全波動関数を **“(re-)normalize”** する: $\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle = Z = 1$

cf.



$$\frac{1}{p^2 - m_0^2 - \Sigma(p^2)} \approx \frac{Z}{p^2 - m_{\text{phys}}^2}$$

束縛状態による奇点で散乱振幅が支配される:

$$\langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle \approx \langle \mathbf{q}' | \hat{V} | \Psi \rangle \frac{1}{E - E_{\text{pole}}} \langle \tilde{\Psi} | \hat{V} | \mathbf{q} \rangle$$

$$|\Psi\rangle, |\mathbf{q}_{\text{full}}\rangle, \dots$$

$$\langle \tilde{\Psi} |, \langle \mathbf{q}_{\text{full}} |, \dots$$



$$\mathbb{1} = |\Psi\rangle \langle \tilde{\Psi}| + \dots$$

--- 散乱振幅の**極の留数**に, **2体状態波動関数の情報**が含まれている!

$$\langle \mathbf{q} | \hat{V} | \Psi \rangle = \langle \mathbf{q} | (\hat{H} - \hat{H}_0) | \Psi \rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)] \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

$$\langle \tilde{\Psi} | \hat{V} | \mathbf{q} \rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)] \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

$$\mathcal{E}(q) = \sqrt{m_1^2 + q^2} + \sqrt{m_2^2 + q^2}$$

または $\mathcal{E}(q) = m_1 + m_2 + \frac{q^2}{2\mu}$

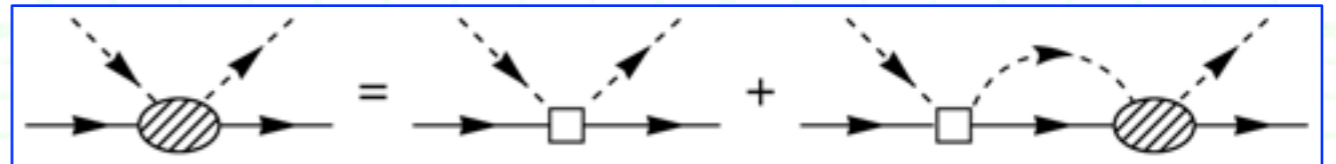
2. 複合性の物理的意味

++ 波動関数, Lippmann-Schwinger 方程式より ++

- 束縛状態の極の位置で, Lippmann-Schwinger 方程式を解く.

$$\hat{T}(E) = \hat{V} + \hat{V} \frac{1}{E - \hat{H}_0} \hat{T} = \hat{V} + \hat{V} \frac{1}{E - \hat{H}} \hat{V}$$

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = \langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle$$



- 波動関数は, 散乱振幅の極の 留数から計算できる:

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = \langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle \approx \frac{\gamma(\mathbf{q}')\gamma(\mathbf{q})}{E - E_{\text{pole}}}$$

<-- **Off-shell 散乱振幅!**

$$\gamma(\mathbf{q}) \equiv \langle \mathbf{q} | \hat{V} | \Psi \rangle = [E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(\mathbf{q})] \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

- > 散乱振幅には規格化定数を掛けられないので (Lippmann-Schwinger 方程式は非斉次), 散乱振幅の極の留数から得られる 2 体状態波動関数も すでに規格化されている!

- もし純粋な分子状態なら:

$$\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \left[\frac{\gamma(\mathbf{q})}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(\mathbf{q})} \right]^2 = 1$$

<-- 帰結!

Hernandez and Mondragon,
Phys. Rev. C **29** (1984) 722.

2. 複合性の物理的意味

++ 例: 安定な束縛状態 ++

- $A \sim 40$ の原子核のなかの Λ バリオン.

--> 波動関数を 2通り の方法で計算する.

1. Schrödinger 方程式を解く:

$$\mathcal{E}(q)\tilde{\psi}(q) + \int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3} V(q, q')\tilde{\psi}(q') = E_{\text{pole}}\tilde{\psi}(q)$$

--> 手で規格化.

$$\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(q)]^2 = 1$$

2. Lippmann-Schwinger 方程式を解く:

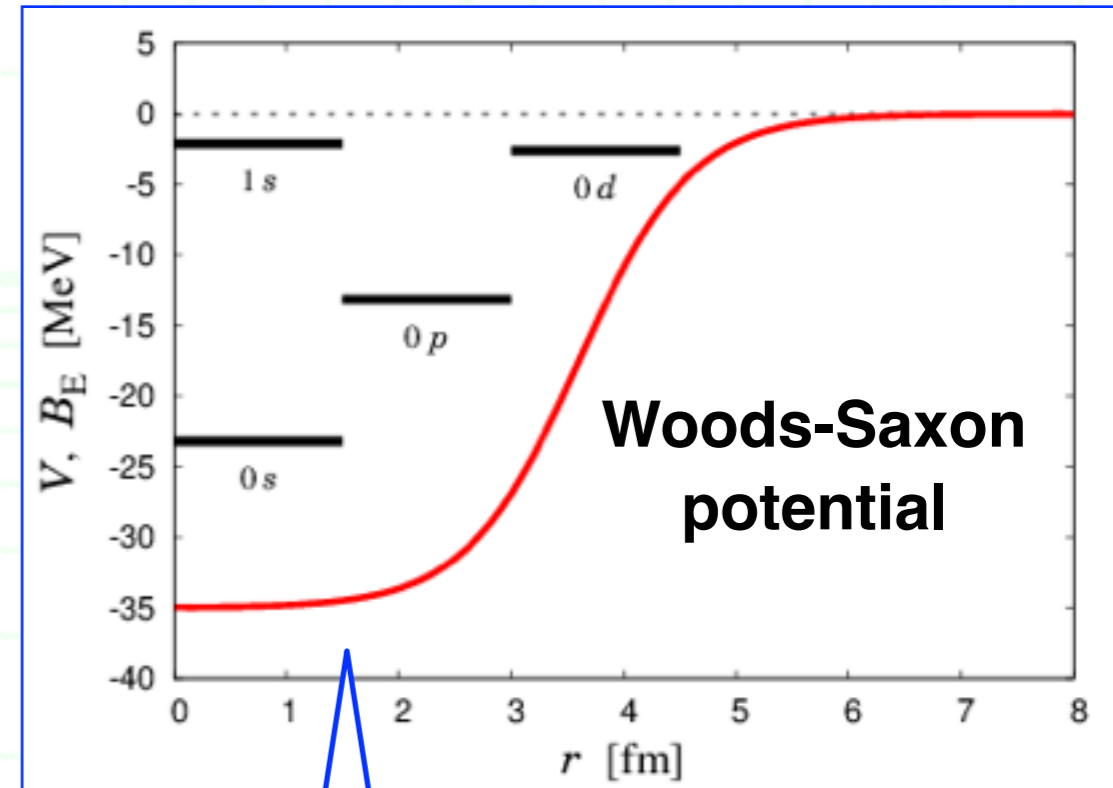
$$T(E; q', q) = V(q', q) + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{V(q', k)T(E; k, q)}{E - \mathcal{E}(k)}$$

--> 波動関数を 留数から計算:

$$T(E; q', q) \approx \frac{\gamma(q')\gamma(q)}{E - E_{\text{pole}}}$$

$$\tilde{\psi}(q) = \frac{\gamma(q)}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)}$$

--- 手で規格化しない!



まずは、エネルギーに依存しない相互作用.

2. 複合性の物理的意味

++ 例: 安定な束縛状態

$$P(q) = \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2$$

■ $A \sim 40$ の原子核のなかの Λ バリオン

--> 波動関数を 2通りの方法で計算す

1. Schrödinger 方程式を解く:

$$\mathcal{E}(q)\tilde{\psi}(\mathbf{q}) + \int \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3} V(\mathbf{q}, \mathbf{q}')\tilde{\psi}(\mathbf{q}') = E_{\text{pole}}\tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

--> 手で規格化.

$$\int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2 = 1$$

2. Lippmann-Schwinger 方程式を解く

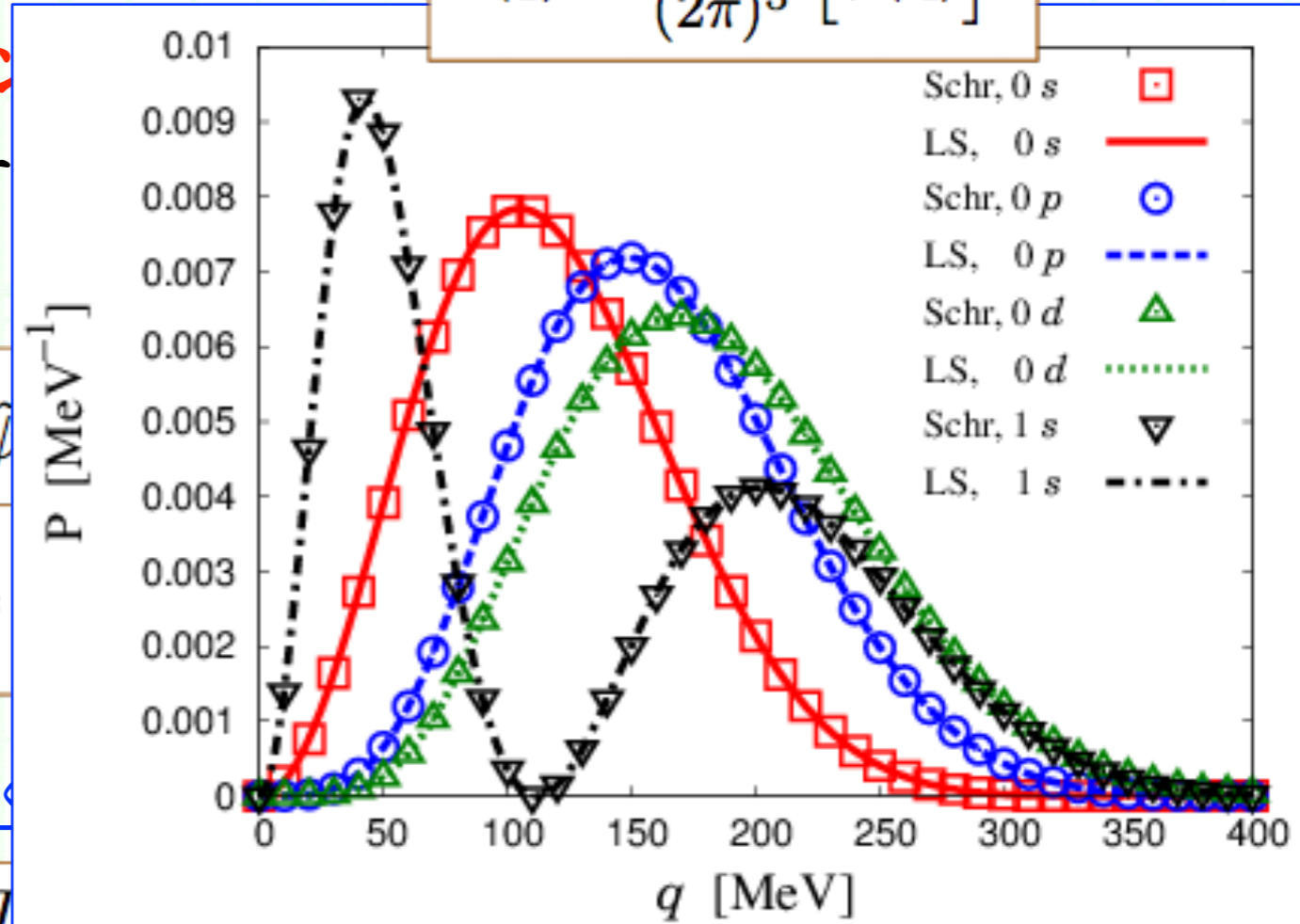
$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = V(\mathbf{q}', \mathbf{q}) + \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{V(\mathbf{q}', \mathbf{k})T(E; \mathbf{k}, \mathbf{q})}{E - \mathcal{E}(k)}$$

--> 波動関数を 留数から計算:

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) \approx \frac{\gamma(\mathbf{q}')\gamma(\mathbf{q})}{E - E_{\text{pole}}}$$

$$\tilde{\psi}(\mathbf{q}) = \frac{\gamma(\mathbf{q})}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)}$$

--- 手で規格化しない!



□ 解法 1: 点, 解法 2: 線.

□ 厳密な一致!

--- 散乱振幅からの波動関

数は, すでに規格化

されている!

2. 複合性の物理的意味

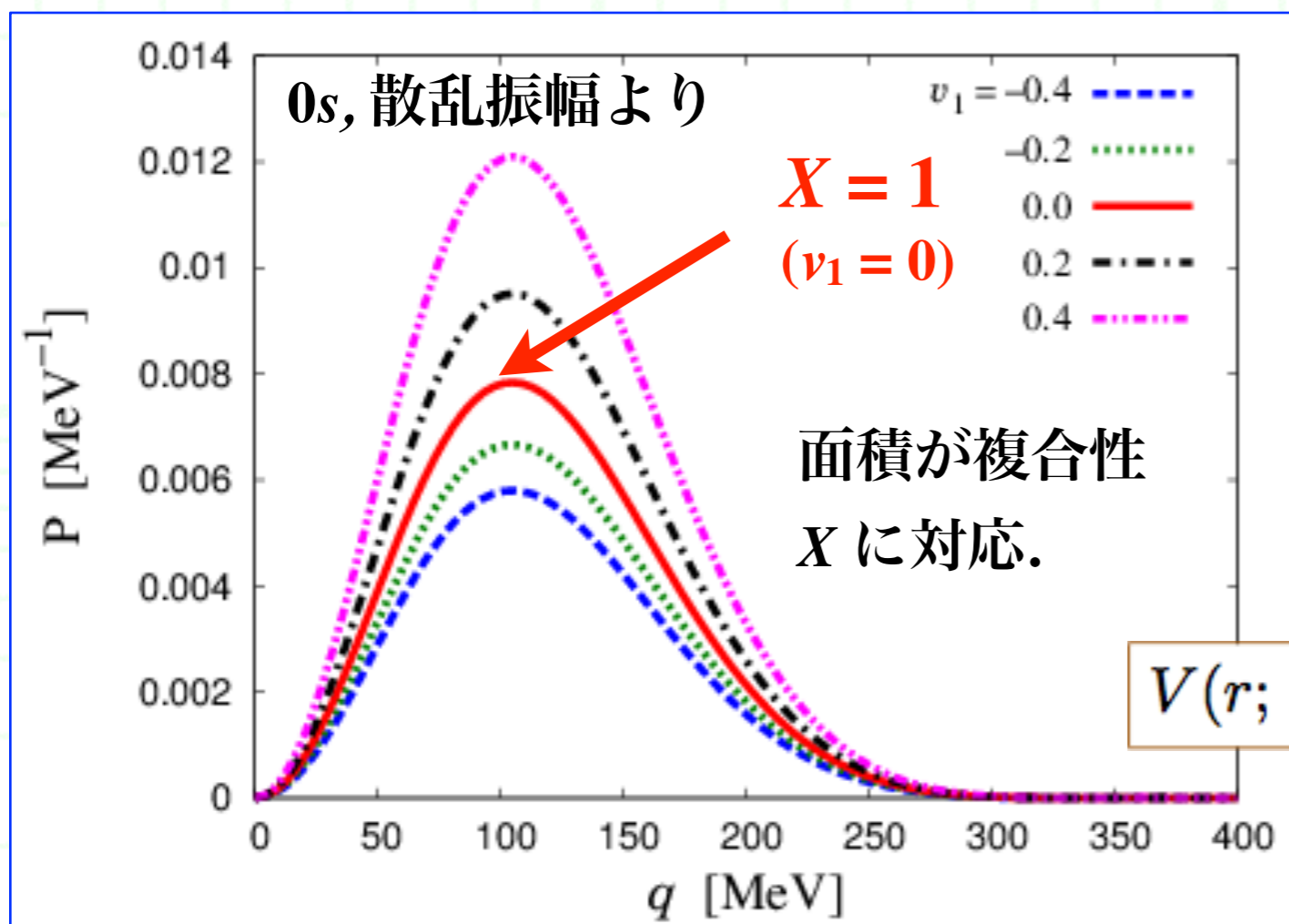
++ 例: 安定な束縛状態 ++

- 以下, 複合性 X を **散乱振幅から得られた2体状態波動関数のノルム** で計算:

$$X \equiv \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \langle \tilde{\Psi} | \mathbf{q} \rangle \langle \mathbf{q} | \Psi \rangle = \int_0^\infty dq P(q) \quad P(q) = \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3} \left[\frac{\gamma(q)}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)} \right]^2$$

- エネルギーに依存しない相互作用 では, 複合性 $X = 1$.

Hernandez and Mondragon (1984).



- 面白いのは, 相互作用 V に **エネルギー依存性** を持たせたとき.

- もし V がエネルギーに依存するならば, 複合性は **1からずれる**.

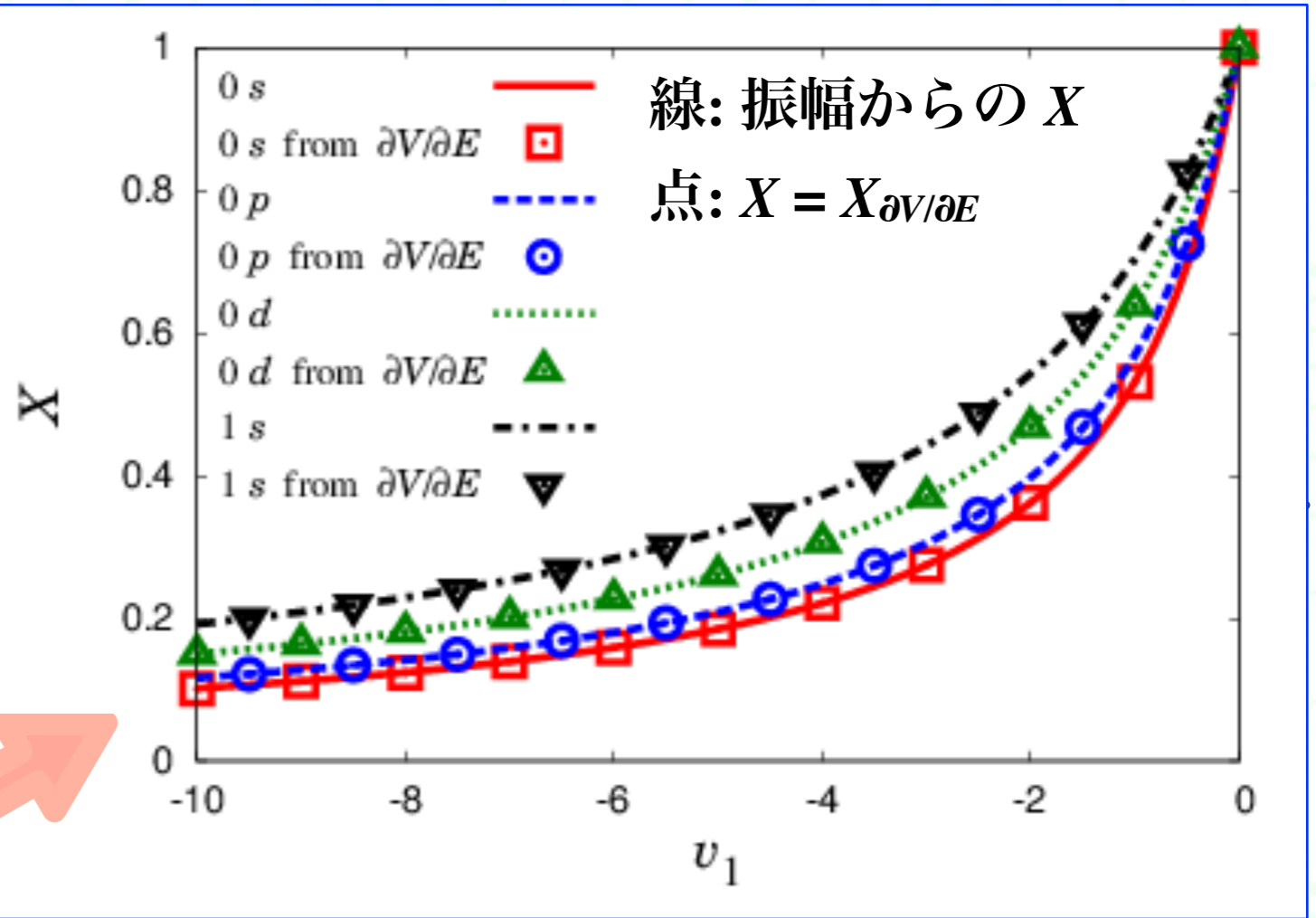
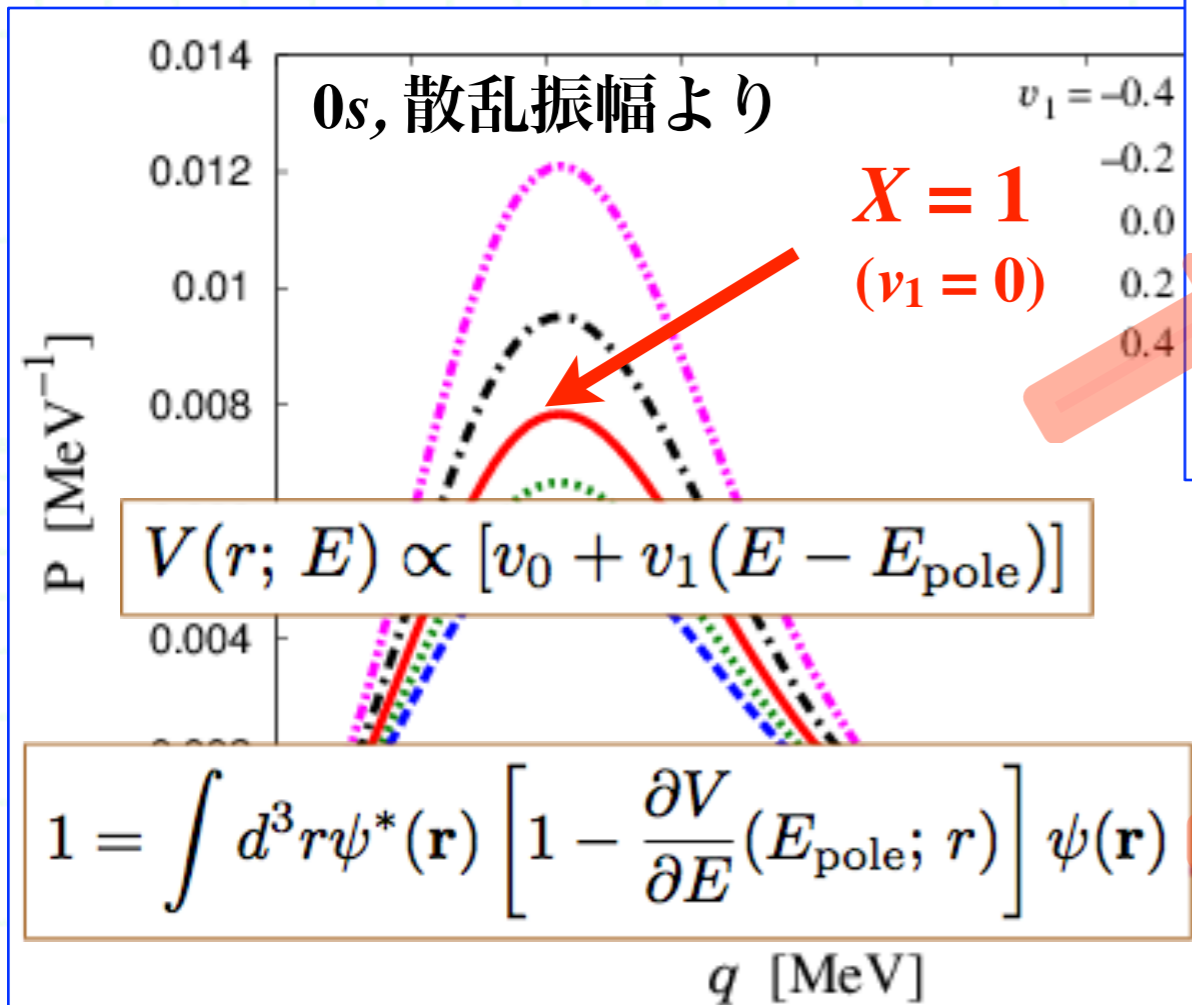
2. 複合性の物理的意味

++ 例: 安定な束縛状態 ++

- 以下, 複合性 X を **散乱振幅から得**

$$X \equiv \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \langle \tilde{\Psi} | \mathbf{q} \rangle \langle \mathbf{q} | \Psi \rangle =$$

- エネルギーに依存しない相互作用



- エネルギー依存相互作用の場合のノルムの計算値 $X_{\partial V/\partial E}$ と一致.

$$X_{\partial V/\partial E} = 1 + \int d^3r \psi^*(\mathbf{r}) \frac{\partial V}{\partial E}(E_{\text{pole}}; r) \psi(\mathbf{r})$$

Formanek, Lombard and Mares (2004);

Miyahara and Hyodo (2016). 28

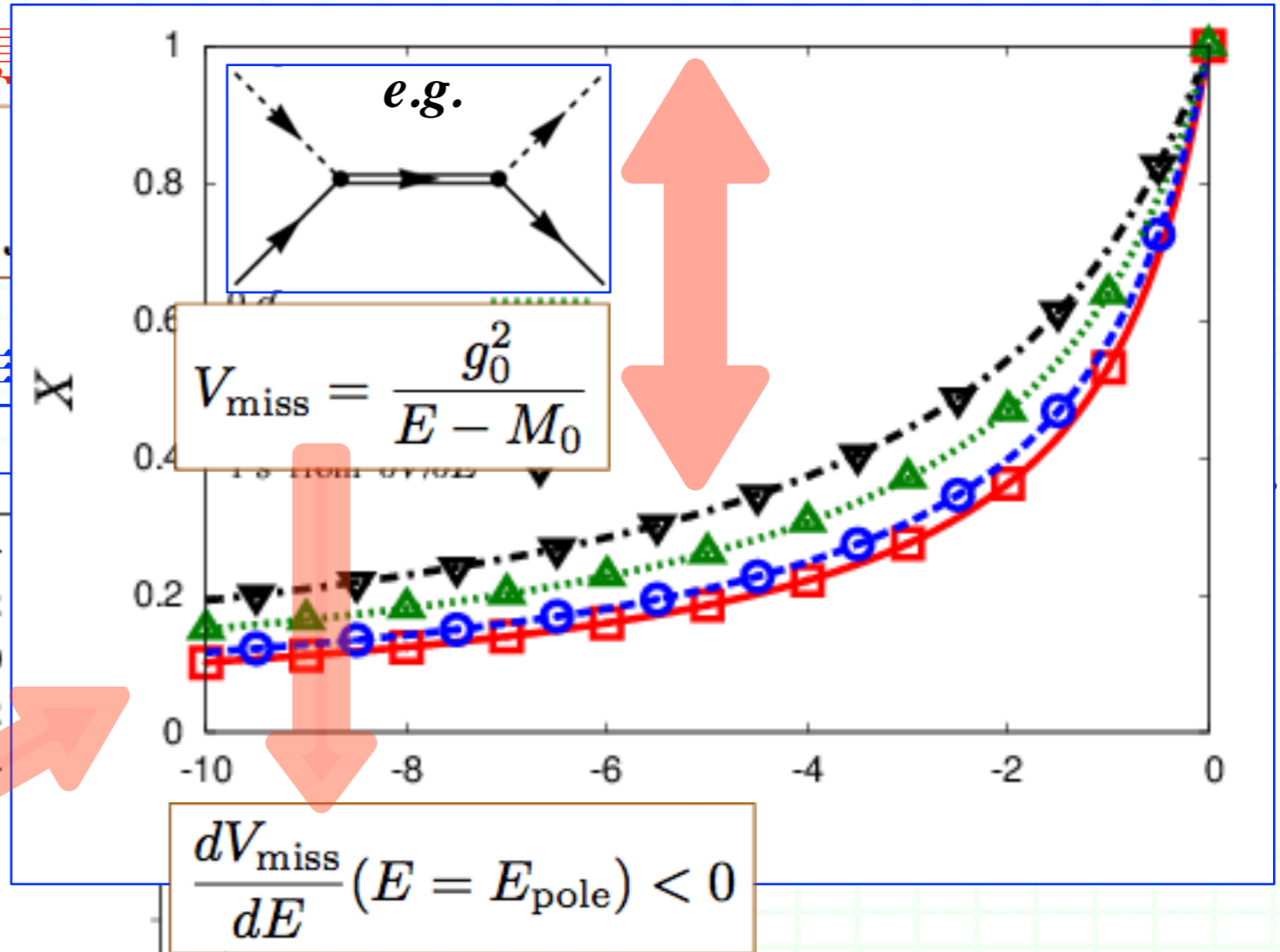
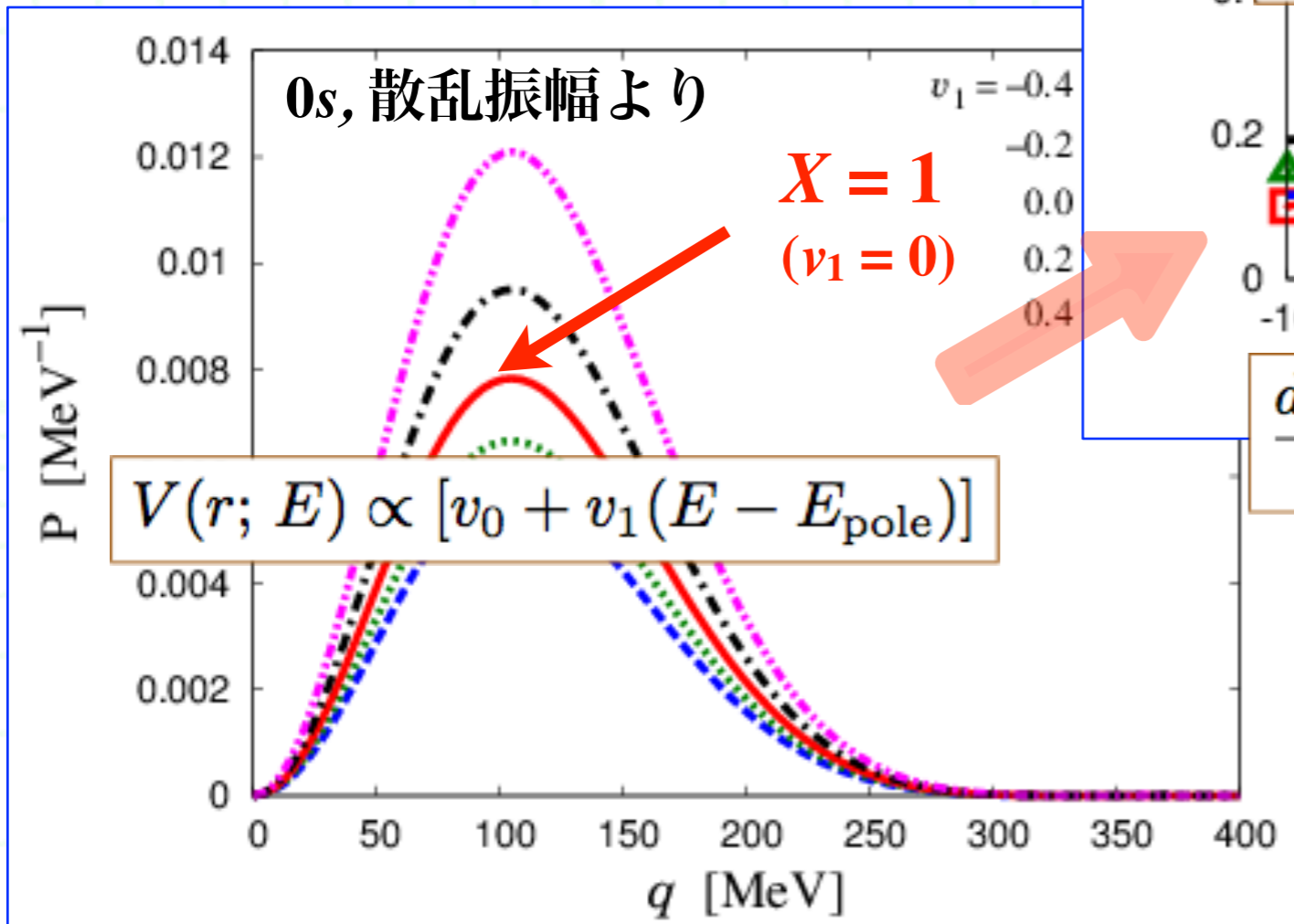
2. 複合性の物理的意味

++ 例: 安定な束縛状態 ++

- 以下, 複合性 X を **散乱振幅** から得

$$X \equiv \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \langle \tilde{\Psi} | \mathbf{q} \rangle \langle \mathbf{q} | \Psi \rangle =$$

- エネルギーに依存しない相互作用



- 複合性の1からのずれは, **模型に入っていない missing-channel からの寄与**と解釈できる.

T.S., Hyodo and Jido, *PTEP* **2015** 063D04.

2. 複合性の物理的意味

++ ここまでのまとめ ++

- 複合性は、束縛状態の全波動関数のうちの、2体状態部分 ψ のノルムで定義される。

$$X \equiv \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2$$

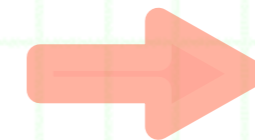
--- 一般に、模型依存量。

- 正しく規格化された2体状態波動関数を得るには、Schrödinger 方程式よりも Lippmann-Schwinger 方程式を解くべし。

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = V(\mathbf{q}', \mathbf{q}) + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{V(\mathbf{q}', \mathbf{k})T(E; \mathbf{k}, \mathbf{q})}{E - \mathcal{E}(k)}$$

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) \approx \frac{\gamma(\mathbf{q}')\gamma(\mathbf{q})}{E - E_{\text{pole}}}$$

- 留数を計算した時点で、すでに規格化。



$$\tilde{\psi}(q) = \frac{\gamma(q)}{E_{\text{pole}} - \mathcal{E}(q)}$$

- 相互作用がエネルギー依存性を持つと、複合性が1からずれる。

模型に入っていない missing-channel からの寄与と解釈。

- 結合チャンネルでも、共鳴状態でも、同様の振舞い (詳細割愛)。

- 自動的に規格化。 □ エネルギー依存相互作用で、複合性が1からずれる。

- ただし、共鳴状態に対しては、複合性が複素数となるので“確率解釈”に注意。

3. 応用例: ハドロン共鳴状態の複合性

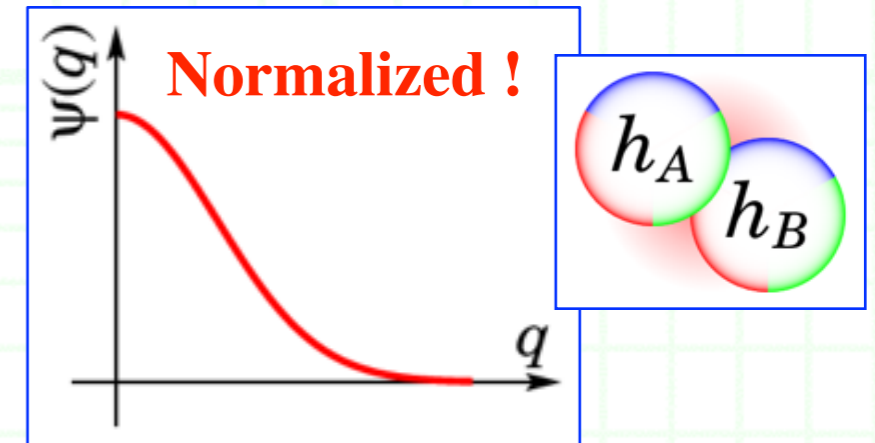
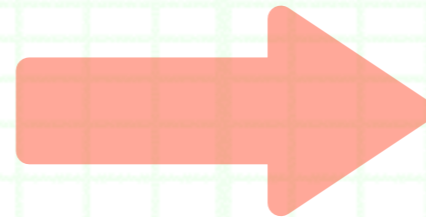
3. ハドロン共鳴状態の複合性

++ 何に應用できるか？ ++

- 相互作用が与えられたとき,

規格化された 2 体状態波動関数が散乱振幅から計算できる.

$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) \approx \frac{\gamma(\mathbf{q}')\gamma(\mathbf{q})}{E - E_{\text{pole}}}$$



--- とくに, エネルギー依存相互作用の場合,

複合性が 1 からずれる. <-- Missing channel の寄与と解釈.

- したがって, ハドロン分子状態を識別する指標となる.

- ハドロン-ハドロン散乱振幅には,

それらを構成要素とするハドロン分子状態候補が共鳴極として存在.

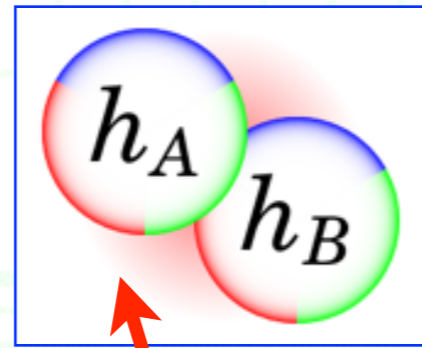
cf. pn 散乱振幅には, 重陽子の極が存在.

- ハドロン-ハドロン散乱振幅から, ハドロン分子状態の複合性が計算できる.

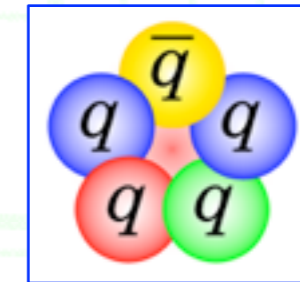
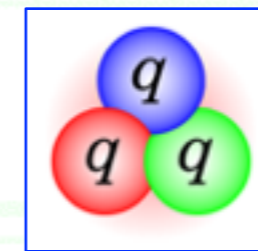
3. ハドロン共鳴状態の複合性

++ 戦略 ++

ハドロン分子状態
(cf. 重陽子)



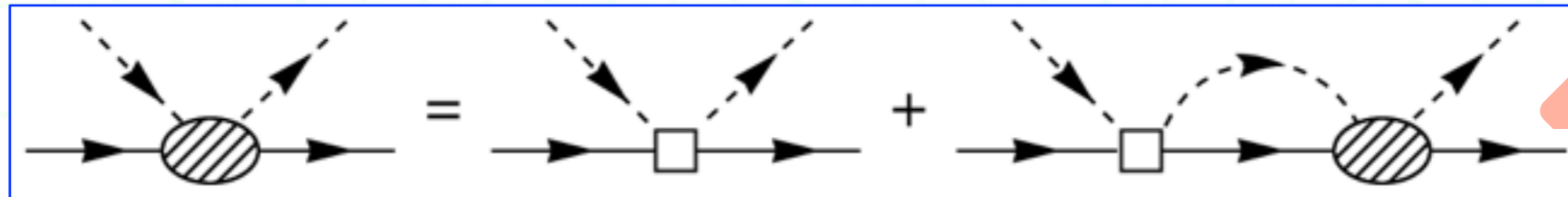
Missing channels.



...

$$\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle = X + Z = 1$$

$$X = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \langle \tilde{\Psi} | \mathbf{q} \rangle \langle \mathbf{q} | \Psi \rangle = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} [\tilde{\psi}(\mathbf{q})]^2$$



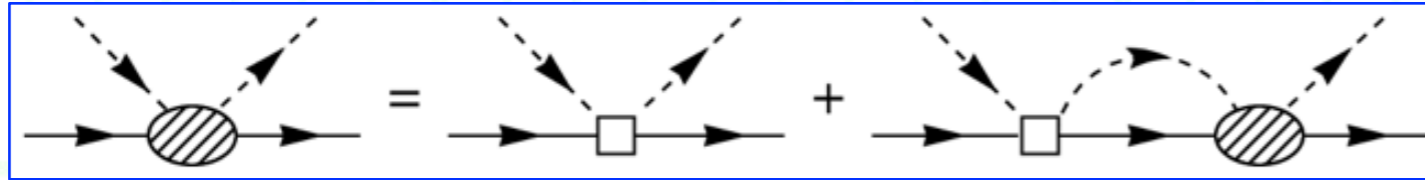
1. ハドロン分子状態候補を生成する適切な有効模型で、相互作用 V と ハドロン-ハドロン散乱振幅 T を計算.

2. ハドロン-ハドロン散乱振幅にある 共鳴極の留数 から、波動関数を引き出し、複合性を計算.

3. ハドロン共鳴状態の複合性

++ 対象 ++

- 今回は、**カイラルユニタリ-模型**を用いて**中間子-バリオン散乱**を考える。



Kaiser-Siegel-Weise ('95);

Oset-Ramos ('98);

Oller-Meissner ('01);

Jido-Oller-Oset-Ramos-Meissner ('03);

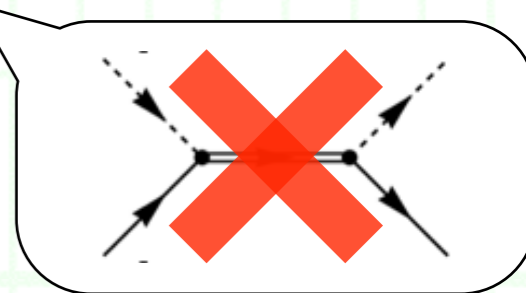


$$T(E) = V(E) + V(E)G(E)T(E)$$

- 相互作用 V は、**カイラル摂動論**の最低次 $O(p^1)$ または 2次 $O(p^2)$ の項。 ...

- Explicit な自由度は、**中間子-バリオン系のみ**。裸のバリオン B^* は入れない。

- 模型の**パラメータ**は、 **V の低エネルギー定数** [Low-energy const., LEC; $O(p^2)$ を入れた場合] と**ループ G のカットオフ**。



--> 散乱の断面積や位相のずれなどの**実験値を再現**するように決定。

- いくつかのハドロン共鳴状態が、**中間子-バリオンの自由度からダイナミカルに生成**される (dynamically generated resonances):

- **$\Lambda(1405)$** . □ **$\Xi(1690)$** . □ **$N(1535)$ & $N(1650)$** . □ ...

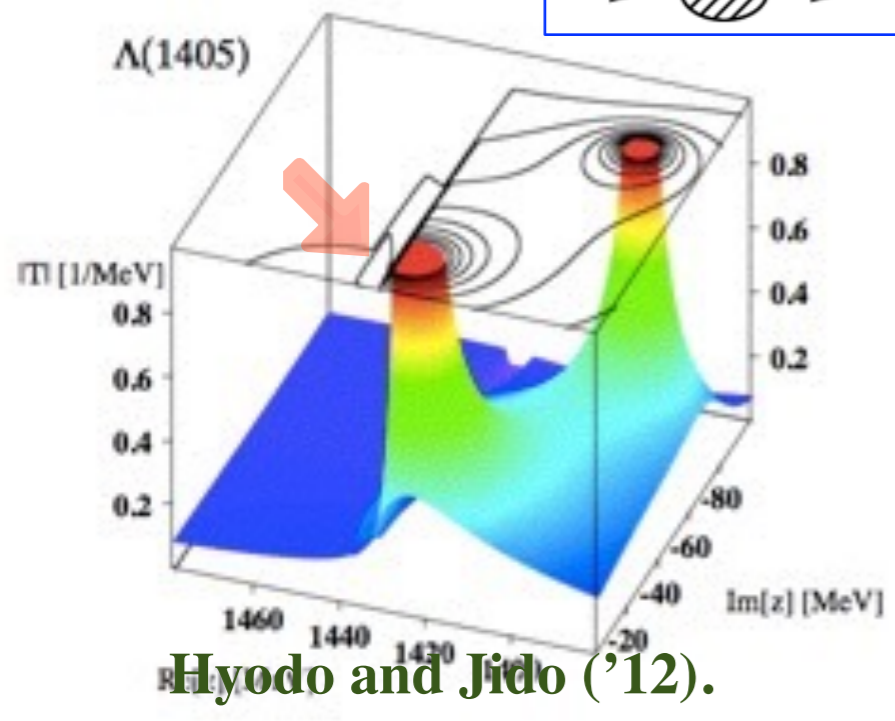
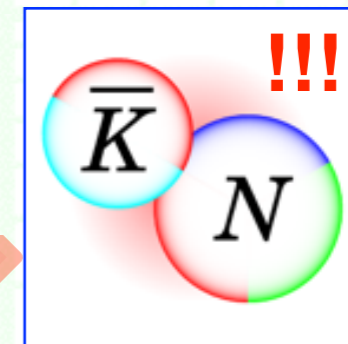
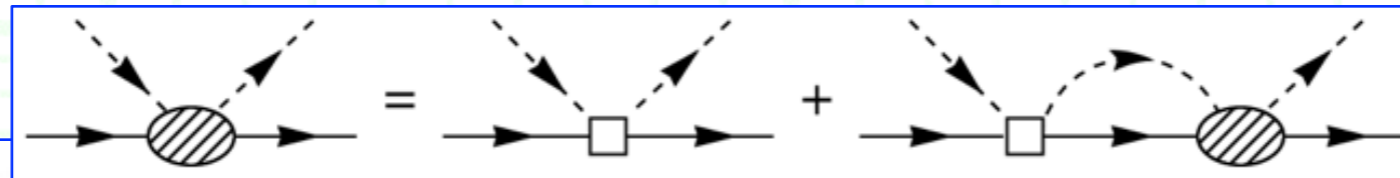
本当にハドロン
分子状態?

3. ハドロンの共鳴状態の複合性

++ $\Lambda(1405)$ 共鳴状態の複合性 ++

- カイラルユニタリーモデルにおける $\Lambda(1405)$ 共鳴状態の複合性.

Amplitude taken from: Ikeda, Hyodo and Weise, *Phys. Lett. B* **706**, (2011) 63;
Nucl. Phys. A **881** (2012) 98.



	$\Lambda(1405)$, higher pole	$\Lambda(1405)$, lower pole
$\sqrt{s_{\text{pole}}}$	1424 - 26i MeV	1381 - 81i MeV
$X_{\bar{K}N}$	1.14 + 0.01i	-0.39 - 0.07i
$X_{\pi\Sigma}$	-0.19 - 0.22i	0.66 + 0.52i
$X_{\eta\Lambda}$	0.13 + 0.02i	-0.04 + 0.01i
$X_{K\Xi}$	0.00 + 0.00i	-0.00 + 0.00i
Z	-0.08 + 0.19i	0.77 - 0.46i

--- X_{KN} が殆ど 1 で虚部も

T.S., Hyodo and Jido, *PTEP* **2015**, 063D04.

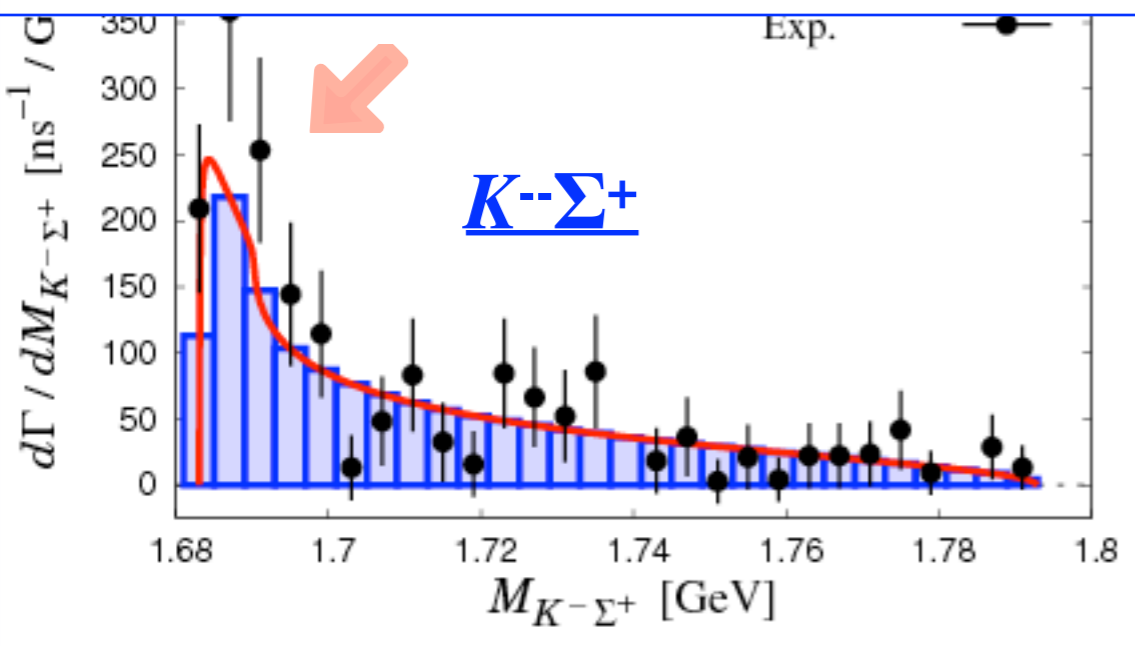
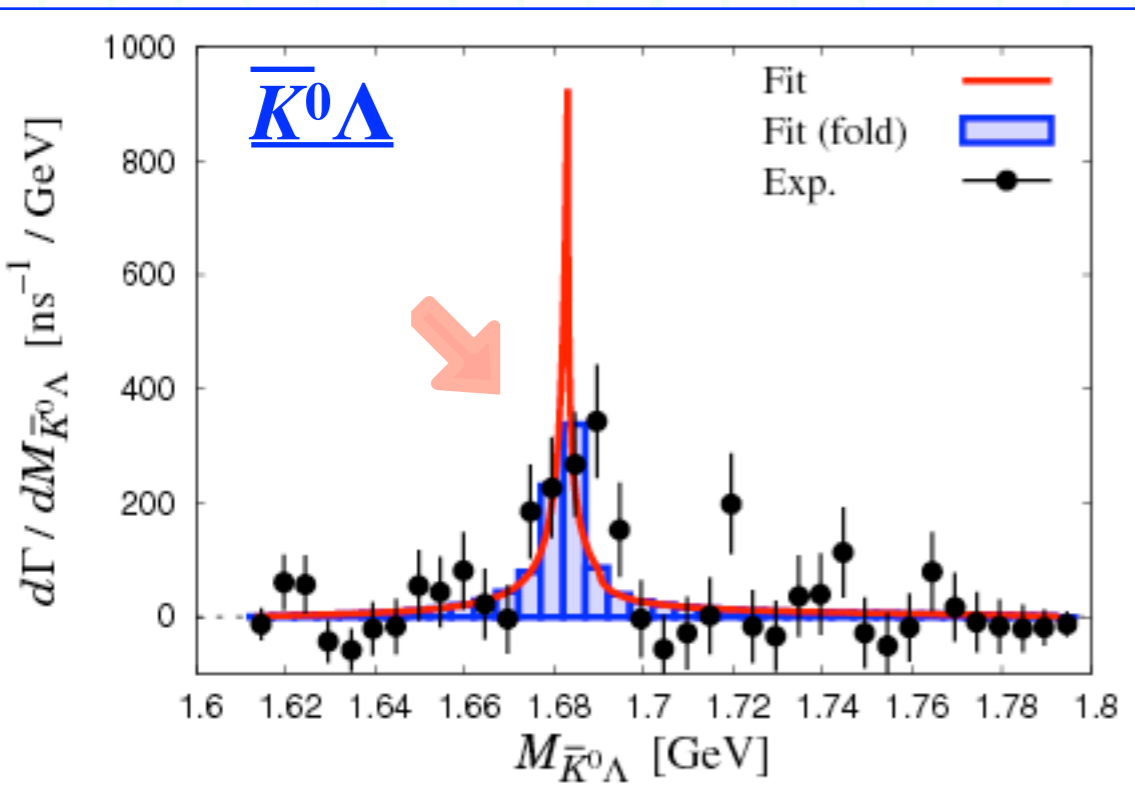
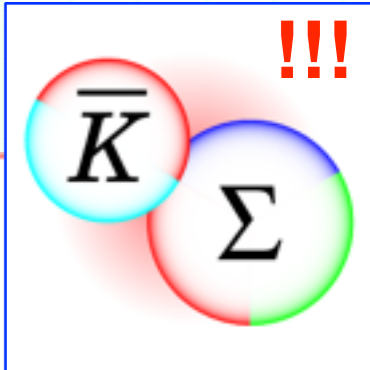
小さいので, $\Lambda(1405)$ (の higher pole) は大きな $\bar{K}N$ 分子的成分を持つ!

3. ハドロンの共鳴状態の複合性

++ $\Xi(1690)$ 共鳴状態の複合性 ++

- カイラルユニタリーモデルにおける $\Xi(1690)$ 共鳴状態の複合性.

T.S., *PTEP* 2015 091D01.



$\Xi(1690)^0$	
$\sqrt{s_{\text{pole}}}$	$1684.3 - 0.5i$ MeV
$X_{K-\Sigma^+}$	$0.83 - 0.31i$
$X_{\bar{K}^0\Sigma^0}$	$0.12 + 0.17i$
$X_{\bar{K}^0\Lambda}$	$-0.02 + 0.00i$
$X_{\pi^+\Xi^-}$	$0.00 + 0.00i$
$X_{\pi^0\Xi^0}$	$0.00 + 0.00i$
$X_{\eta\Xi^0}$	$0.01 + 0.02i$
Z	$0.06 + 0.11i$

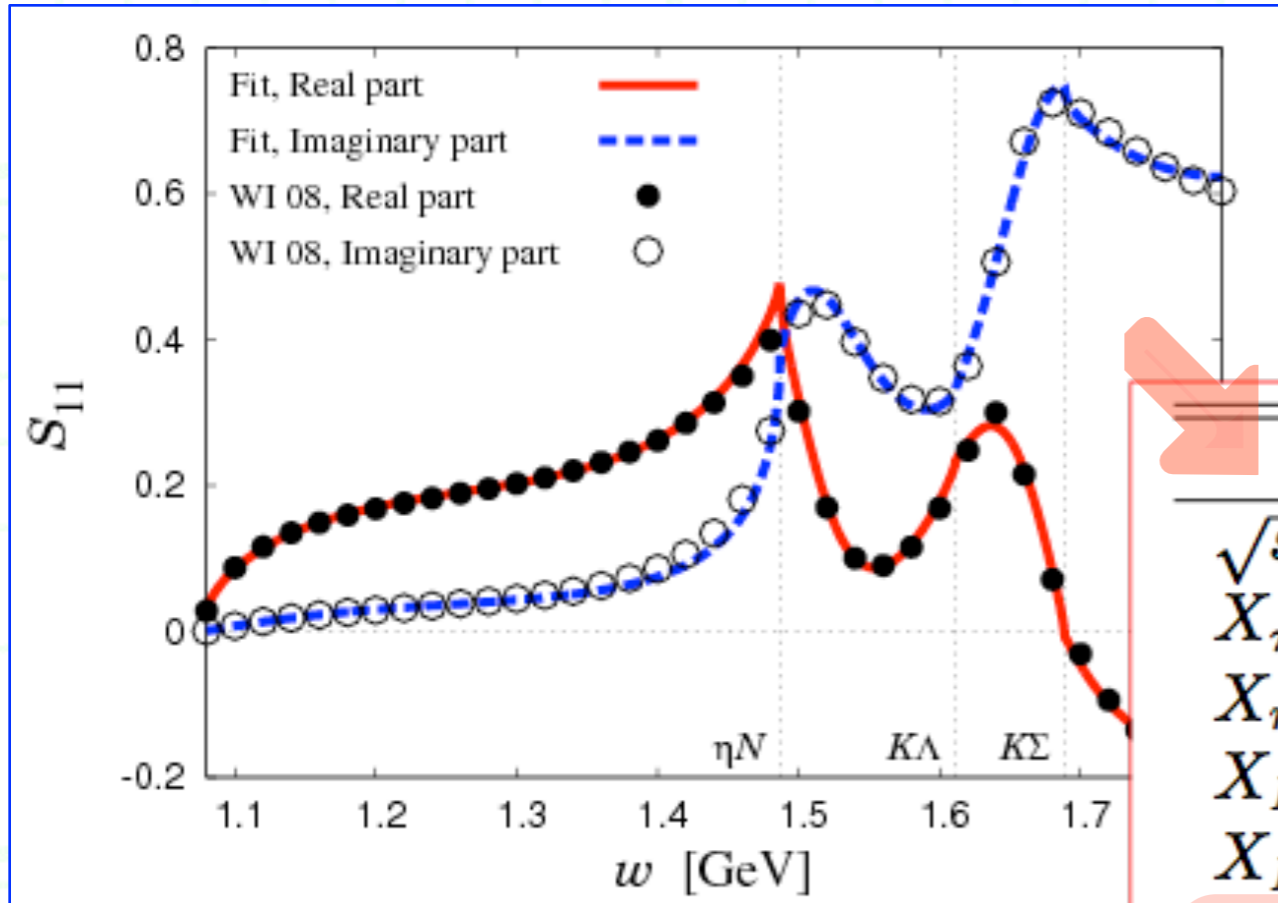
--- $X_{K\Sigma}$ が殆ど 1 で虚部も小さいので、
 $\Xi(1690)$ は大きな $\bar{K}\Sigma$ 分子的成分を持つ！

3. ハドロンの共鳴状態の複合性

++ $N(1535)$, $N(1650)$ 共鳴状態の複合性 ++

- カイラルユニタリーモデルにおける $N(1535)$, $N(1650)$ 共鳴状態の複合性.

T. S. T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui,
Phys. Rev. C **93** (2016) 035204.



	$N(1535)$	$N(1650)$
$\sqrt{s_{\text{pole}}}$ [MeV]	$1496.4 - 58.7i$	$1660.7 - 70.0i$
$X_{\pi N}$	$-0.02 + 0.03i$	$0.00 + 0.04i$
$X_{\eta N}$	$0.04 + 0.37i$	$0.00 + 0.01i$
$X_{K\Lambda}$	$0.14 + 0.00i$	$0.08 + 0.05i$
$X_{K\Sigma}$	$0.01 - 0.02i$	$0.09 - 0.12i$
Z	$0.84 - 0.38i$	$0.84 + 0.01i$

- どちらの N^* 共鳴も, missing-channel の寄与 Z が支配的.
- > $N(1535)$, $N(1650)$ 共鳴状態は πN , ηN , $K\Lambda$, $K\Sigma$ 以外の成分で構成されている.
- 裸の N^* は, explicit には入れていないが, LEC にエンコードされている.

4. まとめ

4. まとめ

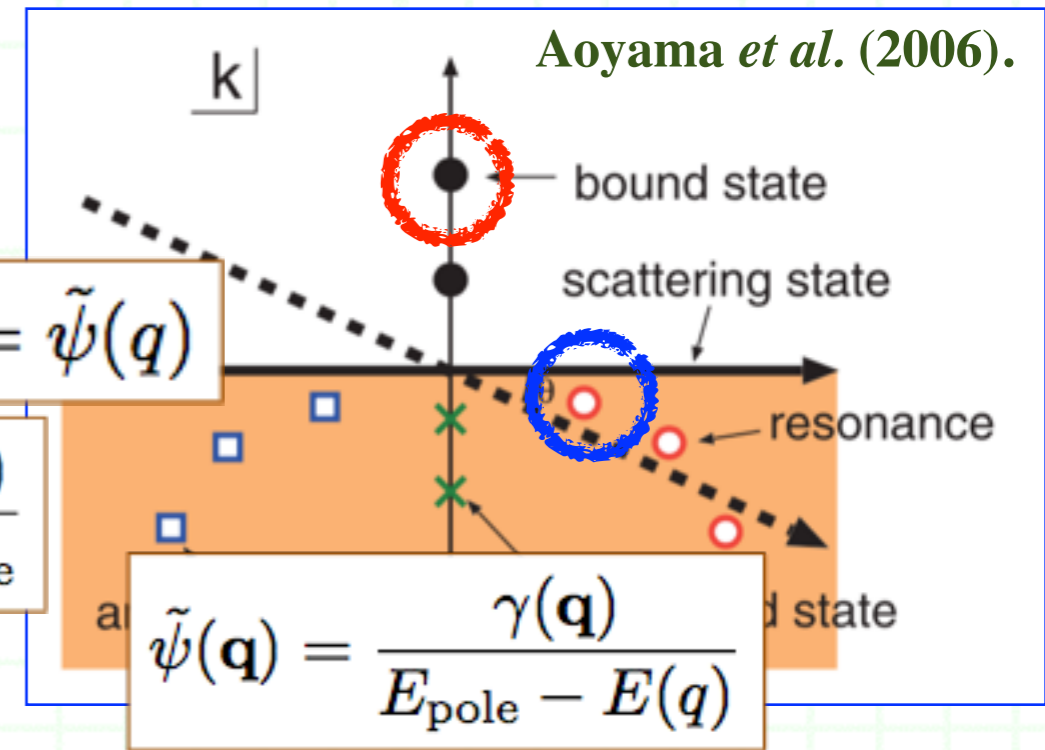
- 安定な束縛状態も崩壊する共鳴状態も、
散乱振幅の極の留数から **2体状態波動関数**を
求められる。

散乱振幅:

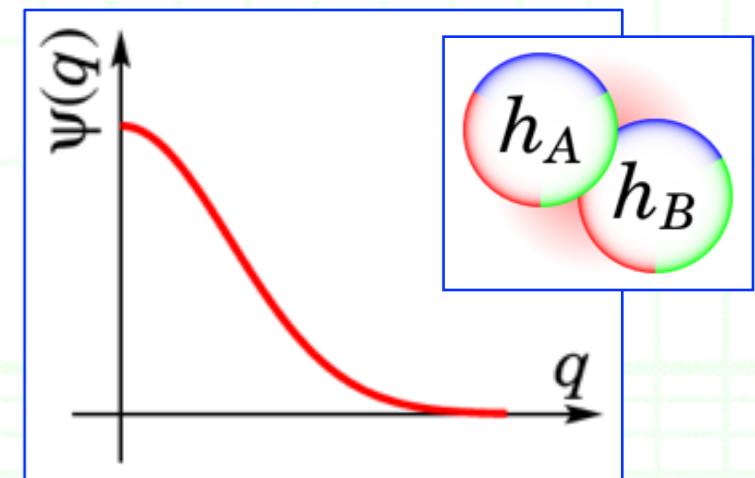
$$T(E; \mathbf{q}', \mathbf{q}) = \langle \mathbf{q}' | \hat{T}(E) | \mathbf{q} \rangle \approx \frac{\gamma(\mathbf{q}')\gamma(\mathbf{q})}{E - E_{\text{pole}}}$$

$$\langle \mathbf{q} | \Psi \rangle = \tilde{\psi}(\mathbf{q})$$

$$\tilde{\psi}(\mathbf{q}) = \frac{\gamma(\mathbf{q})}{E_{\text{pole}} - E(\mathbf{q})}$$



- 散乱振幅から得られる波動関数は、留数を
計算した時点ですでに規格化されている。
 - 2体状態波動関数のノルムで定義された複合性は、
エネルギー依存の相互作用に対して **1**からずれる。
 - Missing-channel の寄与と解釈できる。



- カイラルユニタリーモデルで、**ダイナミカルに生成されたハドロン共鳴状態の複合性**を計算した。
 - $\Lambda(1405)$ as \overline{KN} ! □ $\Xi(1690)$ as $\overline{K\Sigma}$!
 - $N(1535)$ & $N(1650)$, no $\pi N, \eta N, K\Lambda, K\Sigma$.

御清聴 有難うございました。