久本　智之 (ひさもと　ともゆき／HISAMOTO, Tomoyuki) 准教授

研　究　室　666 号室　　　　　(内線)

電子メール　hisamoto@tmu.ac.jp

ウェブページ　http://www.comp.tmu.ac.jp/hisamoto/

研究テーマ

- 複素解析幾何、代数幾何
- Kähler-Einstein 計量, 多様体の安定性

研究テーマの概要

代数多様体の幾何学的な性質を、$\bar{\partial}$-方程式や Monge–Ampère 方程式を用いて調べています。今は特に多様体の安定性と標準計量との関係に興味を持っています。

例えば滑らかな平面三次曲線は全てトーラスに同相であり、その複素構造は複素平面 $\mathbb{C}$ によって一意化できることが知られています。このことは、滑らかな平面三次曲線が常に曲率の平坦な Kähler 計量を持つことを意味しています。私達はこういった現象の高次元化を研究しています。すなわち、射影空間に代数的に埋め込まれた多様体は、いつ、標準的な Kähler 計量を持つのかという問題です。たいへん面白いことに、高次元では多様体が滑らかというだけではこのような特殊な計量は存在せず、しかも滑らかでない多様体へ退化させてその様子を調べる必要があります。1 つの多様体に対し退化は豊富に存在しますが、そのどんな退化についても Donaldson-二木不変量が正であるとき、多様体は K 安定であるといいます。

2012 年頃、Fano 多様体が Kähler-Einstein 計量を持つことと K 準安定性の同値性が示され (Chen-Donaldson-Sun)、Kähler-Einstein 計量についても多くの知見が得られました。といっても実際に K 安定性を確認するのは容易ではありません。我々はそこで一様安定性という概念を導入し、実は Kähler-Einstein 計量があるだけでこのような強い安定性が成り立っていることを示しました (論文 [1], [2])。一様安定性を仮定すれば Kähler-Einstein 計量の存在を示すことも簡単になり、一般の偏極多様体に対しても標準計量と安定性の関係をつけられる可能性が出てきます。また、一様安定性の程度を表す δ 不変量は、現在代数幾何の立場から盛んに調べられています。

最近は K 安定でない Fano 多様体に興味を持っています。この場合は Kähler-Einstein 計量が存在しない代わりに、Donaldson-二木不変量を最も小さくするような退化が存在すると考えられます。これは、正則ベクトル束の Harder-Narasimhan フィルトレーションに相当する概念です。我々はこのような退化に対応する計量の時間発展方程式を導入し、それが時間大域解を持つことを示しました (論文 [3])。また、トーリック Fano 多様体の場合には実際にこの時間発展方程式が最適な退化を与えることを示しました。このように、標準計量が存在しない場合にも、代数と解析が深く結びついていると考えられ、両方の側面から、多様体が不安定になる原因を幾何学的に明らかにしたいと考えています。

主要論文・著書

[1] T. Hisamoto: *On the limit of spectral measures associated to a test configuration of a polarized Kähler manifold.* J. Reine Angew. Math. **713** (2016), 129–148.

[2] S. Boucksom, T. Hisamoto, and M. Jonsson: *Uniform K-stability and asymptotics of energy functionals in Kähler geometry.* J. Eur. Math. Soc. **21** (2019), 2905–2944

[3] T. C. Collins, T. Hisamoto and R. Takahashi: *The inverse Monge-Ampère flow and applications to Kähler-Einstein metrics.* preprint on arXiv:1712.01685. accepted to J. Differential Geom.

経歴

2013年　東京大学大学院数理科学研究科 博士課程修了
　　　　日本学術振興会特別研究員 PD
2015年　名古屋大学大学院多元数理科学研究科 助教
2020年　東京都立大学理学部数理科学科 准教授

学生へのメッセージ

複素幾何は多変数複素解析・微分幾何・代数幾何といった分野の交わる場所にある。

- **複素多様体・代数多様体**

  まず Riemann 面 (代数的な立場からは代数曲線) について基本的な知識を持っていて欲しい。

  O. Forster: Lectures on Riemann Surfaces

  をはじめ色々な教科書がある。我々の興味ある対象はこの高次元版なので、論文を読むには

  小林昭七: 複素幾何

  R. Hartshorne: Algebraic Geometry

  といった教科書の内容に親しむ必要がある。微分幾何が得意なら前者から、代数幾何が得意なら後者から入ることを勧める。

- **$\bar{\partial}$-方程式・Monge-Ampère 方程式**

  論文を読んで研究をする前に、もう少し発展的な内容やサーベイにも目を通してもらいたい。どのようなトピックを選ぶかは本人の興味次第なので相談に乗るが、以下に幾つかプランを提示する。

  $\bar{\partial}$-方程式へのアプローチとして L^2 理論が有名である。創始者自身による教科書

  R. Hörmander: An Introduction to Complex Analysis in Several Variables.

  は、もはや古典だが貴重な文献である。より短くモダンな解説としては

  B. Berndtsson: An Introduction to things $\bar{\partial}$

  がおすすめである。より詳細な事柄や、これらの内容を代数幾何にどう応用するかについては

  J. P. Demailly: Analytic Methods in Algebraic Geometry.

  等を読むとよい。

  Monge-Ampère 方程式については、かなり最近までの進展が

  V. Guedj and A. Zeriahi: Degenerate Complex Monge-Ampère Equations.

  によくまとまっている。