



# 線形計画法

## スケールフリーネットワーク

---

0145231

須藤 孝秀



# オペレーションズリサーチ (OR)

---

- ORは種々の問題を、科学的手法を用いて解決することを目指す、問題解決学。
- 生産問題、在庫管理問題、輸送問題
- シミュレーション、ゲーム理論
- 特に線形計画法について説明する

# 線形計画問題

- 制約条件:  $Ax=b, x \geq 0$   
目的関数:  $c^T x \rightarrow$  最小化 or 最大化

- 例

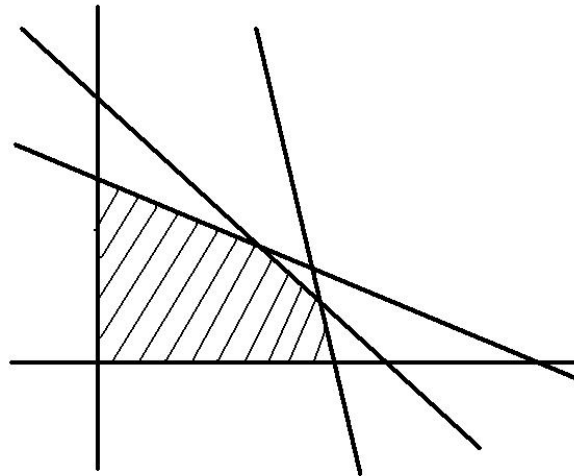
$$4x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$C = x_1 + x_2$$





## スラック変数

---

- 余分の変数 $x_i$  ( $\geq 0$ )を追加することにより不等式を等式に書き直すことができる。

$$4x_1 + 5x_2 \leq 10$$

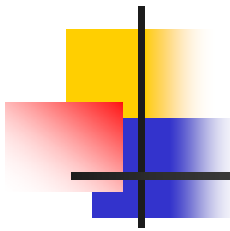
$$\rightarrow 4x_1 + 5x_2 + x_3 = 10$$



# 単体法(シンプレックス法)

---

- 単体法・・・全ての角における目的関数の値をしらみつぶしに調べないでも最適実行可能解を求めることができる。
- 頂点を順に調べる



# カーマーカー法(内点法)

---

- N.Karmarkar(1984)
- 実行可能領域の内部を通過して最適解に収束する点列を生成する。



# ネットワーク

---

- 有向グラフ、無向グラフを、ネットワークとして扱う。



# スモールワールド

---

- 6次の隔たり

1. 全リンク数が全ノード数の数倍程度しかない、すかすかのネットワークである。
2. にもかかわらず、任意の二つのノード間距離がノード数にくらべて著しく小さい。
3. 高度にクラスター化(身近なノード同士が緊密な繋がりを持つ)している。





# ランダムネットワーク

---

- Paul Erdős, Alfréd Rényi (1959)
- i) ノードの数は一定
- ii) 任意の2つのノードがリンクする確率は同じ
- リンク数は、釣鐘型のポアソン分布に従う



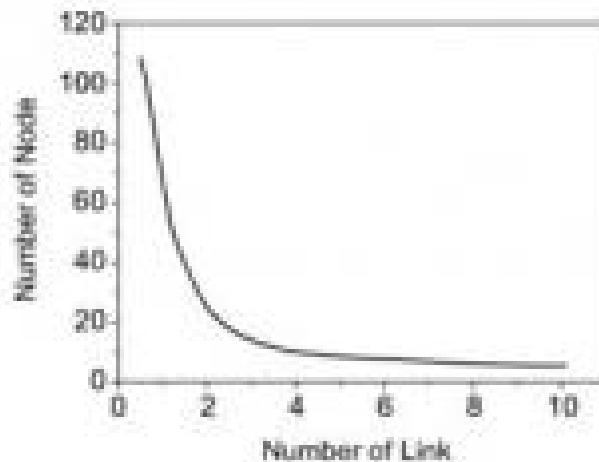
# WWWのネットワークモデル

---

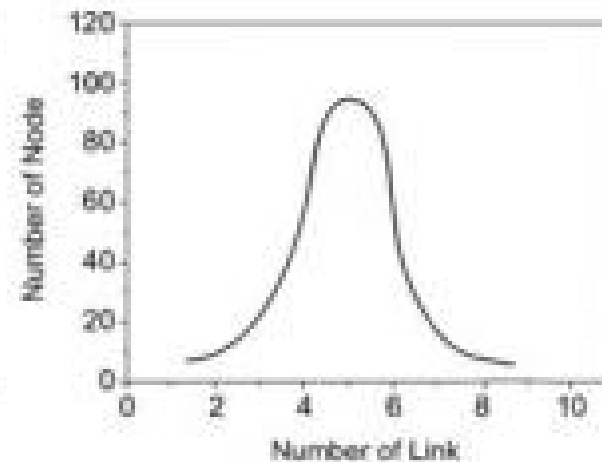
- WWWの地図を作るプロジェクト (Hwoong Jeong, Réka Albert, ノートルダム大, 1998)
- ランダムネットワークと予想
- しかし、リンク数の多い一握りのページにより、WWWの基本構造ができあがっていた。
- 80%を超えるページ→リンク数が4未満  
0.01%に満たないページ→リンク数が1000以上

# スケールフリー性

- ハブ・・・様々なノードとつながっている、リンク数の多いノード
- $P(k) \sim k^{-\gamma}$  のべき乗則にしたがう ( $2 \leq \gamma \leq 3$ )



(a) scalefree network



(b) random network



## WWWがなぜランダムネットワークで説明できないのか

---

- ノードの数が一定でない(成長性)
- リンクの多いノードほど新たなリンクを得やすい(優先的選択)
  - rich-gets-richer.  
富める者はさらに富む(マタイ効果)



## $\gamma$ の算出

---

時刻  $t_i$  に追加されたノード  $i$  の時刻  $t$  におけるリンク数を  $k_i(t)$  とおく

微分方程式  $\partial k_i / \partial t = k_i / 2t$  を解いて

$$k_i(t) = m(t/t_i)^a, \quad (a=1/2)$$

$$\begin{aligned} P(k_i(t) < k) &= P(m^2 t / k^2 < t_i) \\ &= 1 - P(t_i \leq m^2 t / k^2) \\ &= 1 - m^2 / k^2 \end{aligned}$$

微分して  $2m^2/k^3$  を得る

$$\therefore \gamma = 3$$



# スケールフリーの性質

---

- 故障と攻撃に対する耐久性
  - 偶発的な障害に強い
  - 意図的な攻撃に弱い



# スケールフリーで物事を捉える

---

- ウイルスの撲滅は不可能
- 少数への接種で感染症を防ぐ