

Special Topics in Mathematical Science II
数理科学特別講義 II

Introduction to Toric Geometry
トーリック幾何入門

題目：トーリック幾何入門

講師：小林正典 助教授（東京都立大学 大学院理学研究科）

日時：6月23日(月)～27日(金)

第1回目 23日(月) 14:00 -

(より詳しい日程については第1回目に相談する。)

概要：

トーリック多様体やその超曲面および特異点について講義する。これらは、射影空間のように良い座標系を持つために、さまざまな量を具体的に計算できる楽しい多様体である。代数学のごく基本的な知識を仮定する。

具体的には、toric 多様体の定義・構成法・基本的な性質と toric 超曲面の特異点解消の計算などについて、以下の話題から聴衆などの状況に応じて取捨選択し、具体例を交えつつ講義する予定である。単位は出席とレポートによる。

1. motivation basic examples duality between point and function
Spectrum of coordinate ring cone and affine toric variety
duality between one-parameter family and monomial
dual cone, fan and patching definition of toric variety
torus embedding and rationality
2. Proj of graded algebra polytope and projective toric variety
weighted projective space total coordinate ring
differential form and canonical form Euler sequence
orbit decomposition compactness
divisor line bundle polarization
3. singularity and nonsingularity
criterion of nonsingularity for fan
blowing up cyclic quotient singularity

existence of toric resolution of singularity
adjunction formula for birational map
terminal, canonical, log terminal and rational singularity
criterion of nonsingularity for polytope
singularities in weighted projective space
terminal lemma for cyclic quotient singularities of dimension three

4. toric hypersurface Newton polytope
implicit function theorem and Jacobian criterion
nondegeneracy and Delta-regularity
adjunction formula for hypersurface embedded resolution
existence of toric crepant resolution of codimension less than four
anticanonical hypersurface and reflexive polytope
explicit calculation of resolution for normal K3 hypersurfaces
moment map and symplectic structure

5. (もし余裕があれば)

Hodge structure
Hodge spectral sequence for open complex manifold
log de Rham complex Hodge structure for affine toric variety
period map for toric Calabi-Yau hypersurfaces
GKZ hypergeometric function

toric 幾何学の一般論についての References:

M. Demazure, Sous-groupes algébriques de rang maximum du group de Cremona, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 3 (1970), 507–588.

G. Kempf, F. Knudsen, D. Mumford and B. Saint-Donat, Toroidal Embeddings I, Lecture Notes in Mathematics 339, Springer-Verlag, 1973.

小田忠雄、凸体と代数幾何学、紀伊國屋数学叢書 24、紀伊國屋書店、1985;
T. Oda, Convex Bodies and Algebraic Geometry, Springer-Verlag, 1988
(英訳)。

William Fulton, Introduction to Toric Varieties, Annals of Mathematics Studies 131, Princeton University Press, 1993.

問い合わせは、清水 (ext.3291) まで。