

斜張橋のたわみ風琴振動におけるシステム ダンピング効果に関する研究

SYSTEM DAMPING EFFECTS ON BENDING AEOLIAN
OSCILLATIONS OF CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES

前田 幸雄*・前田 研一**・米田 昌弘***
By Yukio MAEDA, Ken-ichi MAEDA and Masahiro YONEDA

In recent years, the system damping effects on wind-induced response of cable-stayed girder bridges have been attracted attention. The authors previously defined a governing cause due to the so-called internal resonance, and reported that the system damping would have good effects on dynamic response to moving design live loads.

In this paper, an analysis technique of time series response of bending aeolian oscillations is proposed taking into consideration the internal resonance. Furthermore, time series response analyses of an actual multi-cable-stayed bridge are performed from the viewpoints of dynamic safety. Finally, the authors attempt to obtain data on the application to design for wind resistant stability.

1. 緒 言

斜張橋の発展は最近特に目覚ましいものがあり、わが国においてもその実績は急速な伸びを示している。その設計に際しては、斜張橋が吊橋に次いで比較的剛性の低い柔構造物であることから、特に耐風設計には慎重な検討を行う必要があり、わが国では一般に風洞実験による検証が行われている。

F. Leonhardt¹⁾は、斜張橋が特有のシステムダンピングによって主桁の鉛直たわみ振動に対する高い動的安定性を有することを、2, 3の実橋試験および模型実験を例として指摘している。そして、その要因として、サグの変化の影響によるケーブルのひずみ挙動の非線形性、異なる周期を有するケーブルの弦としての横振動の干渉などを挙げている。しかしながら、特に後者の要因については推測の域を出ないものであると思われる。また、わが国における多数の実橋の実測結果から判断すれば、いわゆるシステムダンピングが斜張橋全般に共通の特性であるとは思われない。

これに対して、前に著者ら²⁾は、部分構造としての主桁とケーブルの振動の内部共振（外力の振動数が近接する場合の通常のものではない）によって生じる2種の相似形の連成固有振動モードに関する自由振動項の beating 現象（全体構造系としては主桁とケーブルが振動エネルギーの遣り取りをする）を、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因として定義した。すなわち、システムダンピングは、斜張橋の特定のケーブルの横振動性状が内部共振の所要の条件を満足する場合に生じるものであるとした。そして、斜張橋に擬した簡単な計算モデルに対するパラメトリック解析結果、および、実橋試験結果から、定義の妥当性を検討した。さらに、マルチケーブル型式の長大斜張橋の実橋設計例を対象とし、設計走行荷重による動的応答において、定義した要因によるシステムダンピングが動的増幅率の低減および残留自由振動に対する高い減衰性の付与などの効果を及ぼすことを報告した。

したがって、定義した要因によるシステムダンピングが風によって誘起される振動に対して及ぼす効果についても、斜張橋の耐風安定性を論ずる際に無視できなくなることは十分に予測される。しかしながら、その効果を検討するためには、内部共振を考慮した時系列応答解析法を新たに誘導する必要がある。固有円振動数が互いに

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

** 正会員 工修 川田工業(株)技術本部研究室
(〒114 東京都北区滝野川 1-311)

*** 正会員 工修 川田工業(株)技術本部研究室(同上)

近接することによりほとんど同時に励起される2種の相似連成固有振動モードに関する振動を、直接に風洞実験によって検討することは困難であるからである。また、走行荷重による動的応答の場合には、安全側の検討として構造減衰を無視したことにより従来の解析法を適用できたが、風によって誘起される振動の場合には、空力減衰項とともに構造減衰項を従来とは異なって2種の相似連成固有振動モードに対応して算定し、解析に適用する必要があるからである。

ところで、久保・伊藤・宮田⁴⁾は、フラッターを対象とし、部分模型風洞実験より得られた非定常空気力を用いてストリップ理論を適用した時系列応答解析を行った結果、低風速域では3次元模型風洞実験より得られたV-A曲線(風速-振幅曲線)と比較的よく一致したことを報告している。ゆえに、風によって誘起される振動におけるシステムダンピング効果を検討するような場合には、部分模型風洞実験より得られる非定常空気力係数を用いて、数値計算により全橋モデルの時系列応答解析を行うことはフラッターのみならず風琴振動についても十分に妥当であると思われる。

これらの議論から、本文では、まず、斜張橋の風によって誘起される種々の振動のうちで鉛直たわみ風琴振動に着目し、内部共振を考慮した時系列応答解析法を誘導する。次に、誘導した解析法の特徴の一つである2種の相似連成固有振動モードに対応する構造減衰定数の算定法の妥当性を確かめるために、実測結果も参照し、ケーブルの一種の減衰吸振器としての作用について、斜張橋に擬した簡単な解析モデルを対象とした複素固有値問題の解析解を求めて検討する。さらに、マルチケーブル型式のトラス桁斜張橋の実橋設計例⁵⁾を対象として、ばね支持模型風洞実験結果^{6),7)}より得られた非定常空気力係数を用いる時系列応答解析を実施し、主桁のたわみ風琴振動における定義した要因によるシステムダンピングに関する耐風設計上の基礎資料を得ることを試みる。

2. 内部共振を考慮したたわみ風琴振動の時系列応答解析法

本章では、内部共振を考慮した斜張橋のたわみ風琴振動の時系列応答解析法を誘導する。

本解析法においては、風工学⁸⁾における、作用する風は風速一定で乱れない一様流とする仮定、および、たわみ風琴振動時での振動モードは近似的に固有振動モードに等しいとする Semi-Rigid Mode の仮定などの一般的な仮定のほかに、次のような仮定を用いる。

1) 非定常空気力係数は部分模型風洞実験結果より得られる測定値を適用するが、速度に比例するものが支配的であり、変位に比例するものは無視できるとする。

2) 非定常空気力はストリップ理論⁹⁾に基づいて作用するとするが、主桁に作用するものが卓越し、ケーブルに作用するものは無視できるとする。

まず、横振動を考慮するためにケーブルをリンク構造とした斜張橋モデルについて、たわみ風琴振動の線形化運動方程式を次式で表わす。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = [F_I]\{\dot{y}\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[K]$ は静的な平衡状態での接線剛性マトリックスであり、平面骨組構造の有限変位解析の一般的な解式によって与えられるものである。また、 $[C]$ は構造減衰マトリックス、 $[F_I]$ は速度に比例する非定常空気力マトリックスであり、これらについては後述する。

いま、速度に比例する項を含まない

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \dots \dots \dots (2)$$

なる式に対する固有振動解析より得られる、内部共振に起因する i 次、 j 次の2種の相似連成固有振動モードを $\{\phi_i\}$ 、 $\{\phi_j\}$ 、近接する固有円振動数を ω_i 、 ω_j として、 $\{\phi_k\}^T [M] \{\phi_k\} = 1$ ($k=i, j$) $\dots \dots \dots (3)$ なる正規化がなされているとすれば、式(1)は次式のように一般化座標 q_i 、 q_j に関する2階の微分方程式に変形される。

$$\ddot{q}_k + 2h_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \{\phi_k\}^T [F_I] \{\phi_k\} \dot{q}_k \quad (k=i, j) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 h_i 、 h_j は構造減衰定数であるが、唯一種の固有振動モードを対象とした従来の場合と異なって、風洞実験における仮定値をそのまま用いることはできず、内部共振の度合を反映して算定する必要がある。

そこで、 h_g 、 h_c 、 ω_g 、 ω_c および $[C_g]$ 、 $[C_c]$ 、 $\{\phi_g\}$ 、 $\{\phi_c\}$ をケーブルの横振動を無視した斜張橋モデル、ケーブルの横振動のみのモデルの構造減衰定数、固有円振動数および構造減衰マトリックス、正規化された固有振動モードとし、

$$\left. \begin{aligned} 2h_k \omega_k &= \{\phi_k\}^T [C] \{\phi_k\} = [\{\phi_{k,g}\}^T, \{\phi_{k,c}\}^T] \cdot \\ &\quad \left[\begin{array}{cc} [C_g], [0] \\ [0], [C_c] \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \{\phi_{k,g}\} \\ \{\phi_{k,c}\} \end{array} \right] \quad (k=i, j) \\ 2h_g \omega_g &= \{\phi_g\}^T [C_g] \{\phi_g\}, \quad 2h_c \omega_c = \{\phi_c\}^T [C_c] \{\phi_c\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

なる関係式と $\{\phi_i\}$ と $\{\phi_j\}$ が相似形であることに着目して、次式のような近似式で算定される値を適用することを提案する。

$$\begin{aligned} 2h_k \omega_k &= 2h_g \omega_g [\{\phi_{k,g}\}^T \{\phi_{k,g}\}] / [\{\phi_g\}^T \{\phi_g\}] \\ &\quad + 2h_c \omega_c [\{\phi_{k,c}\}^T \{\phi_{k,c}\}] / [\{\phi_c\}^T \{\phi_c\}] \\ &\quad (k=i, j) \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $\{\phi_{k,c}\}$ は $\{\phi_k\}$ におけるケーブルの横振動成分のみを表わし、 $\{\phi_{k,g}\}$ は $\{\phi_k\}$ からケーブルの横振動成分を除去したものを表わしている。

この式 (6) による構造減衰定数の算定法の妥当性については、次章において確かめられる。

したがって、後は、空気力マトリックス $[F_I]$ が与えられれば、式 (4) が具体的に表わされることになる。

この空気力マトリックス $[F_I]$ は、各迎角における無次元風速 U_r 、無次元振幅 Z_r の風洞実験結果より得られる非定常空気力係数 C_{LZI} を用いて算定されるものであるが、従来の場合と異なって、 U_r, Z_r を 2 種の近接する固有円振動数、相似形の連成固有振動モードに対応して与える必要がある。ところが、2 種の相似連成固有振動モードに関するものを重ね合わせた実際の振動の円振動数は、 $|\omega_i - \omega_j|$ が小さい場合には、近似的に $(\omega_i + \omega_j)/2$ となることから、次のようにすればよい。

すなわち、まず、無次元風速 U_r は、 $(\omega_i + \omega_j)/2$ に対応して与えればよい。他方、無次元振幅 Z_r は、微小間隔の各時間ステップで

$$\{Z_p\} = \sqrt{[q_i\{\phi_i\} + q_j\{\phi_j\}]^2 + \left[\frac{\dot{q}_i\{\phi_i\} + \dot{q}_j\{\phi_j\}}{(\omega_i + \omega_j)/2} \right]^2} \dots\dots\dots (7)$$

なる式で得られる等価振幅ベクトル $\{Z_p\}$ に対応して与えればよい。

ゆえに、以上のようにして具体的に表わされる式 (4) を微小時間間隔で逐次積分し、モード重畳法を適用すれば、内部共振を考慮した斜張橋のたわみ風琴振動の時系列応答解析を実行できる。

3. 解析法の妥当性とケーブルの減衰吸振器としての作用

本章では、前章で誘導した解析法の特徴の一つである式 (6) による構造減衰定数の算定法に関して、次の内容を取り扱う。

すなわち、まず、実橋のケーブル加振試験によるケーブル横振動の減衰定数の実測結果を、落下試験による主桁鉛直たわみ振動のそれとともに、一資料として報告する。ケーブルの横振動を無視した斜張橋モデルの構造減衰定数 h_g としては過去の多数の実測結果を参照して決定された風洞実験における仮定値を用いてもよいが、ケーブルの横振動のみのモデルの構造減衰定数 h_c については実測結果が少ない¹⁰⁾からである。

次に、対象とした実橋の固有振動解析結果および減衰定数の実測結果を用いて、2 種の相似連成固有振動モードに対応する構造減衰定数を算定し、内部共振を顕著に起こす場合とほとんど起こさない場合との比較を行う。

さらに、両者の場合の比較から得られる結果を評価し、構造減衰定数の算定法の妥当性を確かめるために、ケーブルの一種の減衰吸振器としての作用について、斜張橋に擬した簡単な解析モデルを対象とした複素固有値

問題の解析解を求めて検討する。

(1) ケーブル横振動の減衰定数の実測結果

対象とした実橋は、図-1 および表-1 に示すスケルトンおよび諸元を有する PC 斜張橋である。本橋は、最上段の HiAm アンカー・ケーブル (High Amplitude Anchor Cable) がグラウト後に内部共振の所要の条件を満足したことから、著者らが定義した要因によるシステムダンピングが実際に生じることを確認するために前

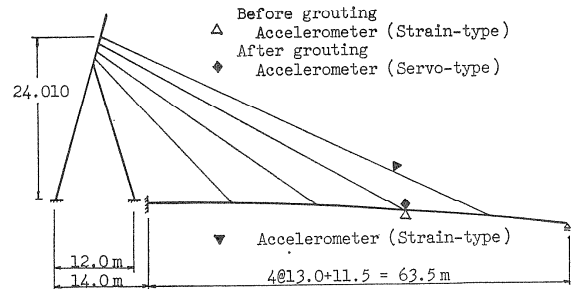


図-1 実橋試験例

表-1 実橋の諸元

		CABLE	GIRDER	TOWER		
Area	A (m ²)	0.00285	2.39	6.0, 7.5		
		0.00423				
		0.00423				
		0.00423				
Inertia	I (m ⁴)	0.0	0.3364	2.0, 3.9		
Y. Modulus	E (t/m ²)	2.05 × 10 ⁷	3.27 × 10 ⁸	3.09 × 10 ⁸		
Dead Load	w _d (t/m)	Before Grout.	6.02	15.6, 19.5		
					After Grout.	
						0.0377
0.0585						
	Tension	T _d (t)	Before Grout.	-	-	
						113.0
191.1						
	194.7					
		After Grout.	-	-		
					112.0	
182.5						
	193.1					
		190.3				

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

表-2 減衰定数の実測値

Test	Measuring Point	Grouting	Logarithmic Decrement	Damping Constant
Forced Vibration Test	on Uppermost Cable	Before Grouting	0.043	0.00684
		After Grouting	0.092	0.01464
Dropping Load Test	on Main Girder	Before Grouting	0.027	0.00430
		After Grouting	0.065	0.01035

に引用された³⁾ものである。

表-2 に、グラウト前後でのケーブル加振試験（張力試験）による最上段ケーブルの横振動における対数減衰率およびそれを換算した減衰定数の実測結果を示す。この表には、すでに報告済みのものであるが、グラウト前後での主桁落下試験による主桁の鉛直たわみ振動におけるものも併記している。ここに、これらの実測値は、図-1 に同時に示したケーブル、主桁測定点の加速度波形記録から残留自由振動部の最初の 20 波の両振幅を読み

取って、最小自乗法により求められたものである。

(2) 振動モードに対応する構造減衰定数の算定

対象とした実橋のケーブルの横振動を考慮した固有振動解析結果を図-2 に示す。すでに報告済みのものであるが、この図には、固有円振動数の実測値も参考のために括弧内に付記してある。ここに、 ω_1, ω_2 は、1 次、2 次の固有円振動数を表わしている。

ケーブルの横振動を無視した斜張橋モデル、ケーブルの横振動のみのモデルについて、両者のモデルの固有円振動数 ω_g, ω_c は、グラウト前で 8.46, 10.07 rad/s およびグラウト後で 8.45, 7.93 rad/s である。ただし、固有振動モード図は省略する。

同様の両者のモデルの構造対数減衰率 δ_g, δ_c およびそれを換算した構造減衰定数 h_g, h_c の値としては、前節の表-2 に示した減衰定数の実測結果からグラウト前でのものを参照し、それぞれ 0.03, 0.04 および 0.00477, 0.00637 としてグラウト前後で同じ値とした。グラウト後での実測結果は特別な波形処理を行っていないことから内部共振に起因する beating 現象の影響を受けており、安全側の値を取ることを考えたからである。

したがって、これらの数値を式 (6) に代入し、グラウト前後での 1 次、2 次の固有振動モードに対応する構造対数減衰率 δ_1, δ_2 およびそれを換算した構造減衰定数 h_1, h_2 を算定すれば、表-3 が与えられる。

この表-3 から、内部共振をほとんど起こさないグラウト前での主桁、ケーブルの卓越固有振動モードに対応する h_1, h_2 が、それぞれ、 h_g, h_c に等しいことがわかる。その一方、内部共振を顕著に起こすグラウト後での 2 種の相似連成固有振動モードに対応する h_1 と h_2 との和が、 h_g と h_c との和に一致していることがわかる。このことは、主桁に作用する力によってほとんど同時に

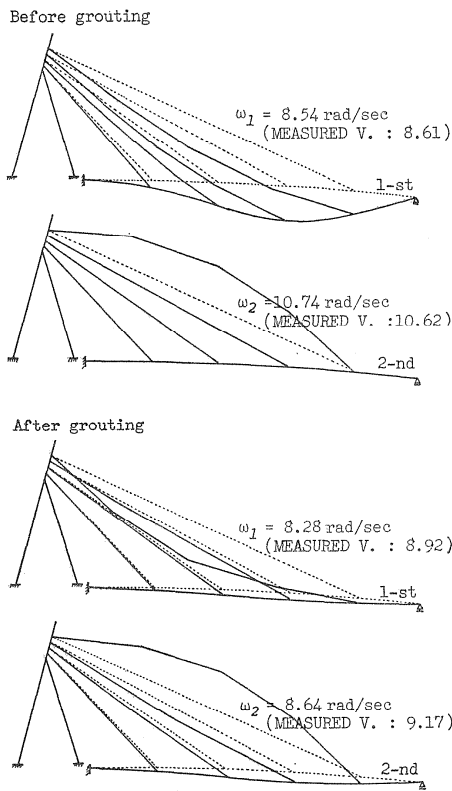


図-2 固有円振動数と固有振動モード

表-3 振動モードに対応する構造減衰定数の算定値

Grouting	Assumed Value of Logarithmic Decrement		Order	Mode	Calculated Value	
	$\delta_g = 2\pi h_g$	$\delta_c = 2\pi h_c$			Logarithmic Decrement	Damping Constant
Before Grouting	0.03	0.04	1st	Vibration of Girder	Logarithmic Decrement δ_1	0.030
					Damping Constant h_1	0.00477
			2nd	Vibration of Cable as Chord	Logarithmic Decrement δ_2	0.040
					Damping Constant h_2	0.00637
After Grouting	0.03	0.04	1st	Coupled Vibration of Girder and Cable	Logarithmic Decrement δ_1	0.037
					Damping Constant h_1	0.00589
			2nd		Logarithmic Decrement δ_2	0.033
					Damping Constant h_2	0.00525

励起される 2 種の連成振動モードに関する主桁の振動に対して、構造減衰が付加されることを意味している。

(3) 複素固有値問題の解析解による検討

前節の結果は、ケーブルが図-3 に示す一種の減衰吸振器 (Damped Absorber)¹¹⁾ として作用すると考えることによって、斜張橋に擬した簡単な解析モデルを対象とし、次のようにして評価できる。

図-4 に示すケーブル構造が対象とする解析モデルであり、より簡略化するために、主桁自由端の水平方向変位は無視し、鉛直方向変位 x_g ,

および、ケーブル中央点の法線方向変位 x_c に関する 2 自由度系の振動を考える。また、この図において、 c_g, c_c は x_g, x_c に関する振動に対応する構造減衰係数であり、 m_g, m_c は主桁、ケーブルの質量をそれぞれ表わしている。

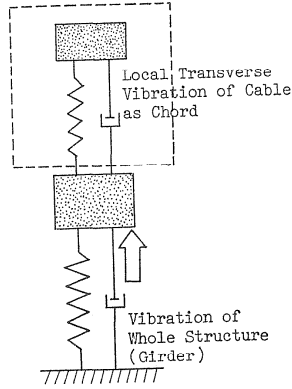


図-3 減衰吸振器

したがって、自由減衰振動の運動方程式は、慣性力項および構造減衰項が非連成であるとすれば、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} m_g + m_c/2 & 0 \\ 0 & m_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_g \\ \ddot{x}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_g & 0 \\ 0 & c_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{x}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{gg} & k_{gc} \\ k_{cg} & k_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_g \\ x_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここに、 k_{gg}, k_{cc} および k_{gc}, k_{cg} は、剛性マトリックスの対角および非対角要素を表わしているが、具体的な表現は省略する。

ここで、図-5 に示すようなケーブルの横振動を無視したモデルを想定すれば、式(8)から、

$$(m_g + m_c/2)\ddot{x}_g + c_g\dot{x}_g + k_{gg}x_g = 0 \quad (9)$$

なる運動方程式が与えられ、この 1 自由度系のモデルの固有円振動数を ω_g 、構造減衰定数を h_g として、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} c_g &= 2(m_g + m_c/2)h_g\omega_g \\ k_{gg} &= (m_g + m_c/2)\omega_g^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

他方、図-6 に示すようなケーブルの横振動のみのモデルを想定すれば、同様に、式(8)から、

$$m_c\ddot{x}_c + c_c\dot{x}_c + k_{cc}x_c = 0 \quad (11)$$

なる運動方程式が与えられ、この 1 自由度系のモデルの固有円振動数を ω_c 、構造減衰定数を h_c として、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} c_c &= 2m_ch_c\omega_c \\ k_{cc} &= m_c\omega_c^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots (12)$$

したがって、内部共振を起こす極端な場合として、 $\omega_g = \omega_c = \bar{\omega}$ (13)

と仮定すれば、式(10)、式(12)、式(13) および、従来の手法に従って、次式

$$\left. \begin{aligned} x_g &= X_g e^{i\Omega t} \\ x_c &= X_c e^{i\Omega t} \end{aligned} \right\} \quad \dots (14)$$

を式(8)に代入して得られる、

$$e^{i\Omega t} \begin{bmatrix} -\Omega^2 + 2ih_g\bar{\omega}\Omega + \bar{\omega}^2 & k_{gc}/(m_g + m_c/2) \\ k_{cg}/m_c & -\Omega^2 + 2ih_c\bar{\omega}\Omega + \bar{\omega}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_g \\ X_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots (15)$$

なる式が自明でない解をもつ条件から、 Ω を未知数とする一種の振動数方程式が誘導される。

$$\Omega^4 - 2i(h_g + h_c)\bar{\omega}\Omega^3 - \{2 + (h_g + h_c)^2 - (h_g - h_c)^2\} \cdot \bar{\omega}^2\Omega^2 + 2i(h_g + h_c)\bar{\omega}^3\Omega + \bar{\omega}^4 - \alpha^2 = 0 \quad (16)$$

ここに、

$$\alpha = \{k_{gc}/(m_g + m_c/2)\}(k_{cg}/m_c) \quad (17)$$

である。さらに、

$$0 < h_g \ll 1.0, 0 < h_c \ll 1.0 \quad (18)$$

なる条件を用いて、式(16)の下線を施した微小項を無視することにより、

$$\left\{ \begin{aligned} \Omega^2 - 2i\left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)\bar{\omega}\Omega - (\bar{\omega}^2 + \alpha) \\ \cdot \left\{ \Omega^2 - 2i\left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)\bar{\omega}\Omega - (\bar{\omega}^2 - \alpha) \right\} = 0 \end{aligned} \right. \quad \dots (19)$$

なる式に変形でき、2組の共役複素根 Ω_1, Ω_2 が次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= i\left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)\bar{\omega} \pm \sqrt{\bar{\omega}^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)^2 \right\} + \alpha} \\ \Omega_2 &= i\left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)\bar{\omega} \pm \sqrt{\bar{\omega}^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_g + h_c}{2}\right)^2 \right\} - \alpha} \end{aligned} \right\} \quad \dots (20)$$

また、 Ω_1, Ω_2 にそれぞれ対応する振動モードにおける連成比 $(X_c/X_g)_1, (X_c/X_g)_2$ も、式(15)から次式のように求められる。

$$\begin{aligned} (X_c/X_g)_1 &= -(X_c/X_g)_2 = \frac{\alpha}{k_{gc}/(m_g + m_c/2)} \\ &= \sqrt{\frac{(m_g + m_c/2)/k_{gc}}{m_c/k_{cg}}} \quad \dots (21) \end{aligned}$$

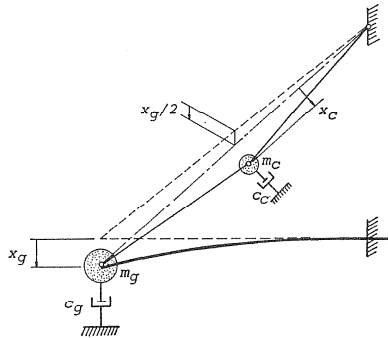


図-4 ケーブル構造

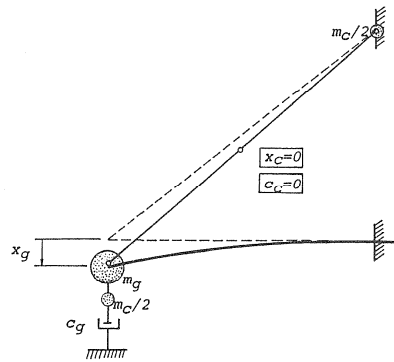


図-5 ケーブルの横振動を無視したモデル

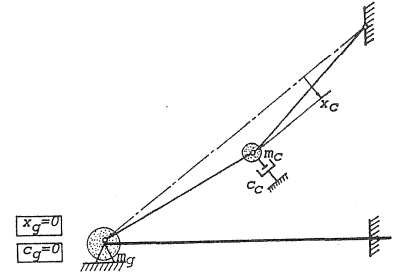


図-6 ケーブルの横振動のみのモデル

式(20)から、 Ω_1, Ω_2 の虚数部の和が $i(h_g+h_c)\bar{\omega}$ になることがわかる。すなわち、部分構造系としての主桁とケーブルの振動の内部共振に起因し、ケーブルが一種の減衰吸振器としての役割を果たすことによって、主桁に作用する力により全体構造系においてほとんど同時に励起される Ω_1, Ω_2 に対応する2種の連成振動モードに関する主桁の振動に対して、構造減衰を付加する効果を及ぼすことがわかる。このことは、ケーブルの横振動の連成を無視した場合の同様の共役複素根 Ω_g が

$$\Omega_g = ih_g\bar{\omega} \pm \sqrt{\bar{\omega}^2(1-h_g^2)} \dots\dots\dots(22)$$

なる式で与えられることから、容易に確かめられる。なお、式(21)からは、質量比 m_c/m_g に依存するのは連成比 X_c/X_g であり、ある程度以上の値の質量比が必要であることがわかる。

ゆえに、以上のことから、誘導した内部共振を考慮したたわみ風琴振動の時系列応答解析法の特徴の一つである式(6)による構造減衰定数の算定法の妥当性が、確かめられたとしてもよいと思われる。

4. マルチケーブル型式斜張橋の時系列応答解析とシステムダンピング効果

本章では、マルチケーブル型式のトラス桁斜張橋の実橋設計例を対象として、誘導した解析法によるばね支持模型風洞実験より得られた非定常空気力係数を用いる時系列応答解析を実施し、主桁のたわみ風琴振動におけるシステムダンピング効果に関する耐風設計上の基礎資料を得ることを試みる。

なお、比較のために、実橋設計例を基準とし、特定のケーブルの横振動性状を変化させて計算を行うが、完成時張力の調整は静的設計との絡みで必ずしも容易ではないことから、ここでは、実際問題に対応して、単位重量の増量すなわち質量の付加によるものとする。

(1) 実橋設計例と解析要領

対象とする実橋設計例⁹⁾は中央径間長 420 m の3径間

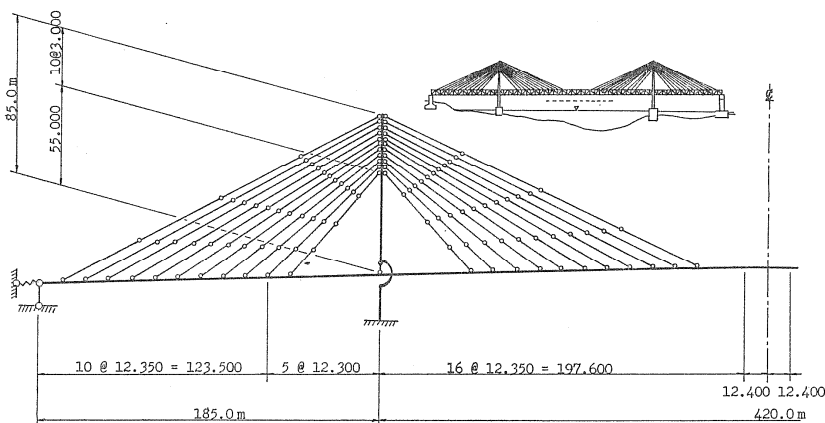


図-7 マルチケーブル型式トラス桁斜張橋

表-4 断面諸量

	Area (m ²)	Inertia (m ⁴)	Y. Modulus (t/m ²)
Girder	1.0635~1.5747	40.538~65.585	21 000 000.0
Tower	1.4780~2.2520	4.568~ 9.054	21 000 000.0
Cable	0.0225~0.0419	0.0	20 500 000.0
Spring (length : 3.0 m)	1.0	0.0	36 000.0

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

表-5 ケーブルの横振動を無視した場合の固有周期

Order	Period (s)	Mode
1st	2.437	Center Span-Symmetric 1st (vertical)
2nd	2.406	— (longitu.)
3rd	1.375	Center Span-Asymmetric 1st (vertical)
4th	0.910	Side Span-Symmetric 1st (vertical)
5th	0.738	Side Span-Asymmetric 1st (vertical)

表-6 ケーブルの横振動性状

	Area (m ²)	Density (t/m ³)	Tension (t)	Period (s)	
Center Span	11th	0.03586	11.0	1 507.	1.953
	10 Upper	0.03586	11.0	1 490.	1.866
	9	0.03186	11.0	1 188.	1.655
	8	0.03186	11.0	981.	1.536
	7	0.02848	11.0	977.	1.481
	6	0.02248	11.0	774.	1.355
	5	0.02248	11.0	770.	1.228
	4	0.02248	11.0	760.	1.106
	3	0.02248	11.0	754.	0.984
	2 Lower	0.02848	11.0	1 124.	0.887
	1st	0.02848	11.0	1 243.	0.763
Side Span	11th	0.04186	11.0	1 544.	2.132
	10 Upper	0.04186	11.0	1 531.	2.003
	9	0.03972	11.0	1 120.	1.846
	8	0.03186	11.0	1 112.	1.590
	7	0.02248	11.0	807.	1.431
	6	0.02248	11.0	800.	1.312
	5	0.02248	11.0	795.	1.192
	4	0.02248	11.0	784.	1.076
	3	0.02248	11.0	775.	0.691
	2 Lower	0.02848	11.0	1 151.	0.881
	1st	0.02848	11.0	1 267.	0.762

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

連続支持斜張橋であり、そのスケルトンおよび断面諸量は図-7および表-4に示すものである。ただし、主桁の諸元はトラス断面を桁断面に換算したものである。

固有振動解析は、所要の無応力長のケーブルおよび所要の無応力形状の主桁、主塔の各部材を考え、完成死荷重時の所定の静的平衡状態での有限変位理論に基づく接線剛性マトリックス¹²⁾を用いて線形化される運動方程式に対して、Sturm Sequence¹³⁾法を適用して行う。

表-7 計算モデル

	Density of Cable (t/m ³)				
	1st ~9th	10th		11th	
		Center Span	Side Span	Center Span	Side Span
Model-1 (Axial Member)	11.000	11.000		11.000	
Model-1 L (Linking Cable)	11.000	11.000		11.000	
Model-2 L (Linking Cable)	11.000	11.000		16.192	14.025
Model-3 L (Linking Cable)	11.000	18.282	15.873	16.192	14.025

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

さらに、時系列応答解析は、主桁の対称一次振動に関する固有振動モードに着目し、数値積分法として Newmark の β 法 ($\beta=1/6$)¹⁴⁾ を適用したモード重畳法によって行う。ここに、時間ステップの微小時間間隔は、着目した固有振動周期の 1/20 とし、内部共振を考慮して近接する 2 種のを対象とする場合はそれらの平均値の 1/20 とする。

(2) 計算モデルと固有振動特性

表-5 は全段のケーブルを引張材として横振動を無視した場合の固有振動周期であり、一方、表-6 は全段のケーブルの弦としての横振動性状を示すものである。

これらの表を参照して、ここでは、表-7 に示す 4 種の計算モデルを対象とする。すなわち、MODEL-1、MODEL-1 L は、実橋設計例の諸元をそのまま用い、横振動を無視した場合、考慮した場合に対応している。次に、MODEL-2 L は、最上段の 11 段目の 4 本のケーブルの質量を付加し、弦としての 1 次の固有振動周期を表-5 の最低次のそれに近接させて内部共振の条件を満たした場合に対応している。さらに、MODEL-3 L は、11 段目に加えて、10 段目の 4 本のケーブルに対しても同様の質量の付加を施した場合に対応している。

なお、表-7 に示したケーブルの単位重量の増量すなわち質量の付加の基準値に対する比率は 1.275~1.662 であるが、HiAm アンカー・ケーブルの場合にはグラウト厚を調整することによれば、あるいは、それ以外のケーブルの場合にもストランドを束ねるバンドなどの重量を調整することによれば、そのような条件を満足させることは実際問題としても十分に可能であると思われる。

したがって、これらの 4 種の計算モデルについて、主桁の対称一次振動に関する固有

円振動数、固有振動モードを示せば、図-8 が与えられる。すなわち、この図の固有振動モードに着目して、モード重畳法を適用することになる。ただし、MODEL-1 L では、ケーブルの横振動を考慮しても内部共振はほとんど起こらず、括弧書きした 10 次の固有振動モードに関する振動は主桁に作用する非定常空気力によって励起されることはなく、単に参考のために示したものである。

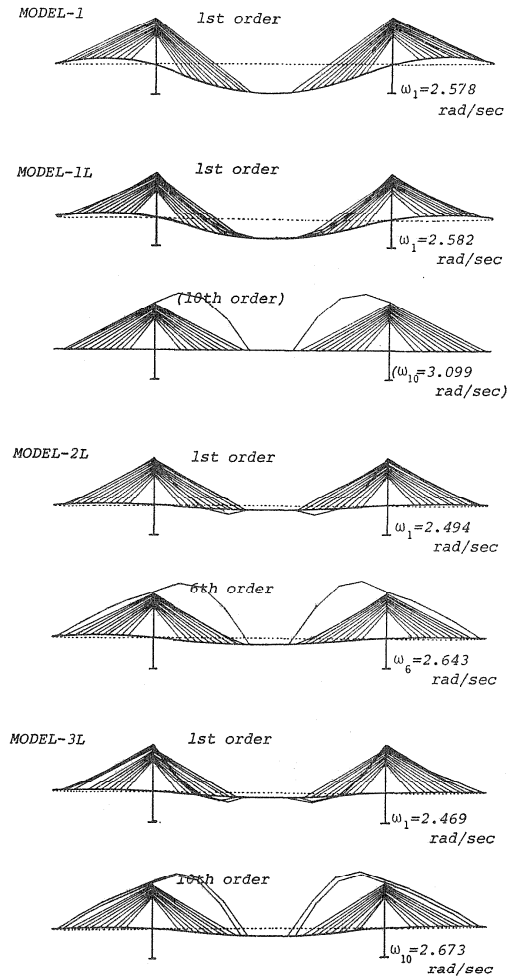


図-8 各計算モデルの固有円振動数とモード

表-8 各ケースの対数減衰率と各モードの構造減衰定数

Case	Assumed Value of Logarithmic Decrement		Model	Damping Constant to Each Mode				
	$\delta_g = 2\pi h_g$	$\delta_c = 2\pi h_c$		i-th	h_i	j-th	h_j	Total
Case-1	0.03	0.0	Model-1 L	1st	0.00477	—	—	0.00477
			Model-3 L	1st	0.00173	10th	0.00304	0.00477
Case-2	0.03	0.0075	Model-1 L	1st	0.00477	—	—	0.00477
			Model-3 L	1st	0.00245	10th	0.00352	0.00597
Case-3	0.03	0.0150	Model-1 L	1st	0.00477	—	—	0.00477
			Model-3 L	1st	0.00317	10th	0.00399	0.00716
Case-4	0.03	0.0300	Model-1	1st	0.00477	—	—	0.00477
			Model-1 L	1st	0.00477	—	—	0.00477
			Model-2 L	1st	0.00499	6th	0.00456	0.00955
			Model-3 L	1st	0.00458	10th	0.00497	0.00955

(3) 構造減衰定数と非定常空気力

風洞実験におけるたわみ振動の構造対数減衰率として、トラス断面の完成系の場合には、0.03の値がわが国では一般に採用されている。また、前章に示した実橋のケーブル加振試験によるHiAmアンカー・ケーブルの構造対数減衰率の実測結果からは0.03を上回る値が得られている一方、同様の場合のPWSケーブル(Parallel Wire Strand Cable)の構造対数減衰率の実測結果¹⁰⁾はフリーケーブル状態で平均約0.008、一種のバンドであるタイバーで2本のストランドを束ねた状態で平均約0.014の値であることを報告している。

そこで、ここでは、表-8に示す4ケースの場合を考えて、時系列応答解析における各モードに対応する構造減衰定数 h_i, h_j の値を算定した。すなわち、CASE-1, -2, -3およびCASE-4は、ケーブルの横振動を無視したモデルに対応する構造対数減衰率 δ_g を0.03とし、ケーブルの横振動のみのモデルに対応する δ_c を0.0, 0.0075, 0.0150および0.0300と変化させたものである。

他方、非定常空気力係数 C_{LZI} としては、迎角5度のトラス断面のばね支持模型風洞実験結果から得られたV-A- δ 曲線(風速-振幅-対数減衰率曲線)⁷⁾を用いて、図-9に示すような最小自乗法により定式化された無次元風速 $U_r=1.992$ のものを適用する。ただし、この図には、 C_{LZI} と無次元振幅 Z_r との比も参考のために付記してある。

(4) 時系列応答解析結果とその考察

時系列応答解析結果の一部を、図-10および図-11に示す。ここに、図-10は、中央径間主桁1/2点の鉛直変位振幅の初期値を0.150m、周期数100(時間ステップ数2000)とした場合における、中央径間主桁1/2点および最上段ケーブル1/2点の鉛直変位について、それらの発達途中から定常状態に至るまでの応答振幅の包絡線を示すものである。また、図-11は、中央径間主桁1/2点の鉛直変位振幅の初期値を同様に0.150mとし、周期数50の段階で所定の風速域あるいは迎角域を外れる場合を想定して、それ以後の空力減衰を無視した場合における、中央径間主桁1/2点および最上段ケーブル1/2点の鉛直変位について、周期数51から100まで(時間ステップ数1001から2000まで)の自由減衰状態での応答振幅の包絡線を示すものである。

これらの図からは、次のようなことが考察される。すなわち、主桁のたわみ風琴振動に

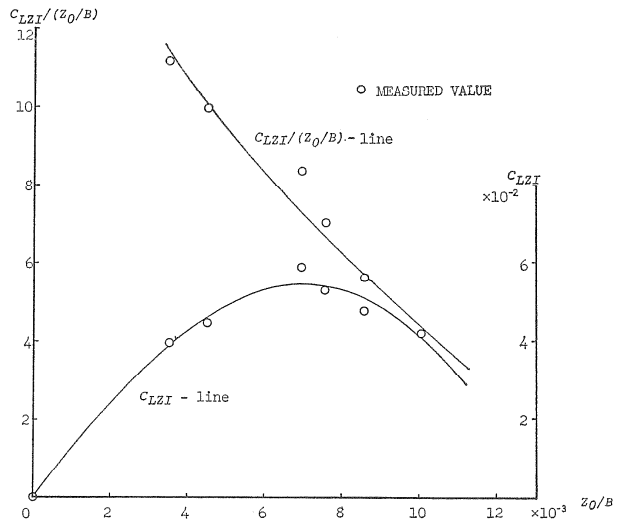


図-9 非定常空気力係数 C_{LZI} および無次元振幅 Z_r との比 ($U_r=1.992$)

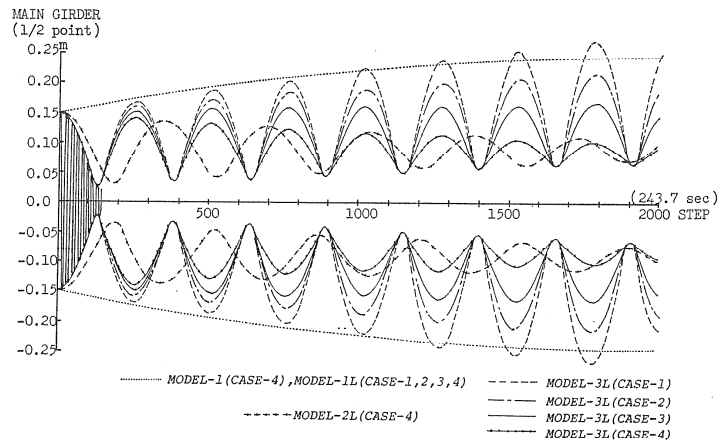


図-10 中央径間主桁、最上段ケーブル1/2点の鉛直変位応答の発達状況

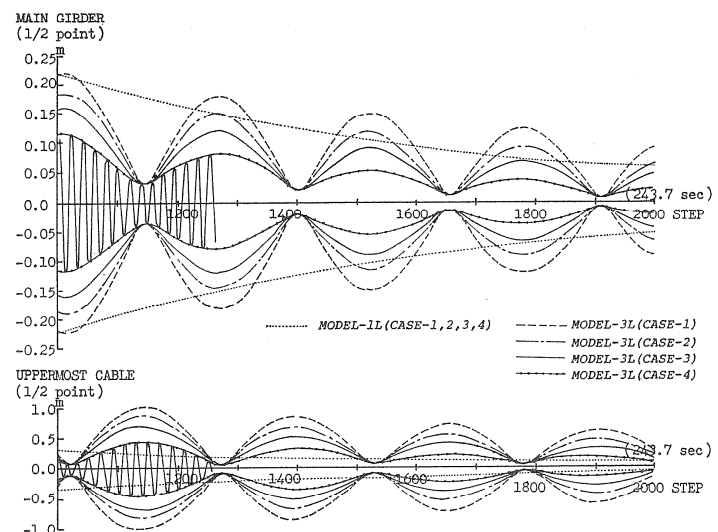


図-11 中央径間主桁、最上段ケーブル1/2点の鉛直変位応答の自由減衰状況

ついて、まず、MODEL-1 と MODEL-1 L の応答振幅にはほとんど差異はないことがわかる。他方、MODEL-2 L, MODEL-3 L の場合には、beating 現象によって応答振幅が周期的に緩やかに繰返し低減されていることがわかる。そして、MODEL-3 L の場合には、MODEL-2 L に比較して、ケーブルの振動の応答振幅が小さくなることもわかる。

次に、MODEL-3 L は、MODEL-1 L に比較して、ケーブルの減衰吸振器としての作用を無視した場合に相当する CASE-1 の場合には定常状態での応答振幅が少し大きくなるが、CASE-2, CASE-3 の場合にはそれがかなり小さくなることがわかる。さらに、CASE-4 の場合には、MODEL-2 L, MODEL-3 L において、ともに風琴振動の発達を抑制されていることがわかる。そして、MODEL-3 L において、CASE-1 から CASE-4 へと減衰吸振器としての作用が高められるに伴って、ケーブルの振動の応答振幅が小さくなることもわかる。

また、MODEL-1 L に比較し、MODEL-3 L においては、定常状態から自由減衰させた場合に、振幅が急激に減衰することがわかる。

ゆえに、これらの解析結果とその考察からは、誘導した解析法によって具体的に指摘される斜張橋の主桁のたわみ風琴振動におけるシステムダンピング効果が、耐風設計上において考慮に値するものであるとしてもよいと思われる。

5. 結 言

本文で誘導した解析法およびそれによる解析結果からは、斜張橋のたわみ風琴振動における、前に著者らが定義した要因⁹⁾によるシステムダンピング効果に関して、次のようなことがいえる。

(1) 定義した要因によるシステムダンピング効果の検討が斜張橋の耐風設計において無視できないものとなる場合は十分に予測され、そのような場合の検討に、誘導した解析法、すなわち、部分模型風洞実験結果より得られる非定常空気力係数を用いる内部共振を考慮したたわみ風琴振動の時系列応答解析法は有効なものである。

(2) マルチケーブル型式斜張橋における特定のケーブルの分布質量を調整することによって内部共振の所要の条件を満足させれば、定義した要因によるシステムダンピングは、主桁のたわみ風琴振動における定常状態での振幅をかなり低減する効果を与えることが可能であり、耐風安定性を高めるために有効なものである。

(3) たわみ風琴振動を励起する風速域あるいは迎角域を外れた場合に定常状態からの振幅は定義した要因によるシステムダンピングによって急激に減衰することから、架橋地点の気象状況より自然風の特性を確率論

的に把握して斜張橋の耐風安定性を評価する場合には、この効果は重要な役割を果たし得るものである。

(4) 定義した要因によるシステムダンピングは、斜張橋の主桁のたわみ風琴振動の振幅を beating 現象の周期で緩やかに繰返し低減し、疲労強度を検討する必要がある場合にも効果的なものである。

(5) 高い減衰性を有するケーブルの使用により減衰吸振器としての作用をより高めれば、定義した要因によるシステムダンピングによって、斜張橋の主桁のたわみ風琴振動の発達を妨げることも困難ではない。

なお、本文では、風によって誘起される種々の振動のうちたわみ風琴振動のみに着目したが、ねじれ風琴振動、さらには、フラッターなどにおける斜張橋の特有のシステムダンピング効果についても、今後の研究課題として検討する必要があると思われる。

最後に、本研究に際して、常に適切なお助言を頂いた、法政大学・大地羊三教授、東京大学・伊藤 学教授、埼玉大学・山口宏樹講師、および、貴重な資料のご提供を頂いた、本州四国連絡橋公団第 2 建設局・保田雅彦氏、成井 信氏らに対し、心より謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Leonhardt, F., et al.: Cable-Stayed Bridges, IABSE SURVEYS, S-13/80, 1980.
- 2) Leonhardt, F., et al.: Modellversuche für die Schrägkabelbrücken Zárate-Brazo Largo über den Rio Paraná (Argentinien), Bauingenieur 54, 1979.
- 3) 前田幸雄・前田研一・越後 滋: 斜張橋のシステムダンピングに関する 2, 3 の考察, 土木学会論文報告集, No. 333, 1983.
- 4) 久保喜延・伊藤 学・宮田利雄: 風による吊橋の多自由度非線形応答に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 232, 1976.
- 5) 土木学会編: 昭和 54 年度本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書 (別冊 3・櫃石島, 岩黒島斜張橋に関する検討), 本州四国連絡橋公団, 1980.
- 6) 本州四国連絡橋公団編: 本州四国連絡橋風洞試験要領・同解説, 1980.
- 7) 本州四国連絡橋公団第 2 建設局編: 岩黒島橋 (斜張橋) 主構トラス大型風洞実験 (その 2), 1980.
- 8) 岡内 功・伊藤 学・宮田利雄: 耐風構造, 丸善株式会社, 1977.
- 9) 坂田 弘: 桁高, 幅員比の小さい閉断面補剛桁の吊橋のフラッターに関する研究, 構造物の耐風性に関する第 1 回シンポジウム論文集, 1970.
- 10) 横山・山川・坂田・斉藤・鈴木: 斜張橋の大型化に対するケーブルの振動とその防止対策, 三菱重工技報, Vol. 14, No. 3, 1977.
- 11) 田島清瀬: 振動の工学, 産業図書, 1970.
- 12) 前田幸雄・林 正・前田研一: 斜張橋の設計における非線形問題, 第 24 回構造工学シンポジウム論文集, 1978.
- 13) Gupta, K.K.: Eigenproblem Solution by a Combined Sturm Sequence and Inverse Iteration Technique, Int. J. for Numerical Method in Engineering, Vol. 7, 1973.
- 14) Newmark, N.M.: A Method of Computation for Structural Dynamics, Proc. of ASCE, EM 3, 1959.

(1983.6.27・受付)