

斜張橋のシステムダンピングに関する 2, 3 の考察

SYSTEM DAMPING OF CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES

前田 幸雄*・前田 研一**・越後 滋***

By Yukio MAEDA, Ken-ichi MAEDA and Shigeru ECHIGO

1. 緒 言

近年、斜張橋は急速な発展を遂げ、主径間長 200~400 m 程度の橋梁に適した型式として定着しつつあり、さらに長径間の橋梁においても従来の吊橋より優れた型式であるとさえ、いわれ始めている^{1),2)}。そして、わが国においても、主径間長 400 m 級の長大斜張橋の建設あるいは計画が推進されている^{3),4)}。こうした斜張橋の発展は、大型高速電算機の普及に伴う解析理論、数値計算技法の進歩などに負うところが大きい。しかしながら、斜張橋の歴史はまだ浅く、比較的新しい構造型式の橋梁であるといえ、特に動的応答性状の研究などには幾つかの問題点が残されていると思われる。

斜張橋の動的応答性状に関し、F. Leonhardt らは、斜張橋が特有のシステムダンピング (System Damping) によって鉛直たわみ振動に対する高い動的安定性を有することを報告し、その要因として、

① ケーブルのひずみ挙動が、サグの影響により、非線形となる。

② マルチケーブル型式の場合、多くのケーブルはおののちに弦としての異なった固有振動周期をもつことから、構造全体の各モードに対応する振動を励起するような際にも、ケーブルの横振動の干渉により、振幅の発達が急速に妨げられる。

ことなどを挙げている⁵⁾。前者の例としては、Norderelbe 橋の振動実験⁶⁾において、ケーブルの段数が少ないにもかかわらず、2 cm 程度のサグ変化の場合にも、対数減衰率の顕著な増加がみられたことを報告している。また、後者の例としては、Zárate-Brazo Largo 橋に関する模型実験^{7),8)}において、走行列車荷重に対する高い

減衰性が認められたこと、および、Pasco-Kennewick 橋の張出し架設途中⁹⁾において、暴風時にも有害な振動が観測されなかったことなどを報告している。

したがって、長大斜張橋の動的応答性状を論ずる場合には、このシステムダンピングの効果を無視できないことは明らかである。しかしながら、特に後者の要因については推測の域を出ていないことから、今後の研究を待つ必要があり、一方において、他に支配的な要因が存在することも十分に考えられ、この方向からの研究も急務であると思われる。そして、F. Leonhardt らも指摘していることであるが、多くの斜張橋において実測されている振幅の大きいケーブル振動とも関連させて、検証する必要があると思われる。

ところで、わが国における斜張橋の動的応答性状に関する代表的な研究としては、小松・川谷の論文¹⁰⁾があり、各種の型式を対象にして L-20 (道路橋示方書) 相当設計荷重列走行による動的増幅率の値を算定し、多くの重要な成果を報告している。そして、その導入部において、3 段ケーブル斜張橋の計画案を対象に、弦としての横振動の一次固有振動数が構造全体の対称一次の固有振動数と近接するように全段のケーブル張力を調整することによって、単一集中荷重走行による動的増幅率が顕著に低減されるという一計算結果を与え、ケーブルがダンパーの役割を果たしたことによるものであるとしている (ただし、観点が異なっていたことから、それ以上の考察は行っていない)。

また、高久ら¹¹⁾は、実橋の加振実験において、ケーブルの共振により主桁の応答が正常な共振曲線を示さなかったことを報告し、ケーブルのシステムダンピング効果によるものであるとしている。さらに、樋上・佐々木¹²⁾は、同様に実橋の加振実験において、低振幅にしか加振できなかったこと、および、加振停止後に主桁の応答が急激に減衰して、それ以後はケーブルとのエネルギーのやり取りによる小さな振動が長く続く現象がみられたこ

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 川田工業 (株) 技術本部研究室

*** 正会員 工修 川田工業 (株) 技術本部研究室

とを報告し、主桁とケーブルの動的相互作用によって与えられるケーブルの抑振効果によるものであるとしている。

しかしながら、それらの結果は部分構造系の内部共振によるものであると考えられ、少数段ケーブル斜張橋の場合には困難であるが、マルチケーブル型式の場合に一部のケーブルがそのような条件を満足することは十分に可能であることから、その現象をさらに追究すれば、システムダンピングの支配的な要因の一つとして新たに定義し得るものであると思われる。さらに、マルチケーブル型式斜張橋の場合には、設計時に特定のケーブルに対してそのような条件を強制的に満足させることが必ずしも困難ではなく、経済的な設計を行う立場からも無視できなくなり得るものであると思われる。

なお、このような問題の場合、ケーブルの弦としての横振動はケーブル張力の変化に大きく左右されると考えられ、幾何学的非線形性を考慮した動的応答解析も必要であると思われるが、著者らは、有限変位理論に基づく推定割線剛性行列を用いた効率的な計算手法をすでに提案^{13),14)}している。また、特有の非線形性を考慮した斜張橋解析への有限変位理論の適用方法についても、すでに報告¹⁵⁾している。

これらの議論から、本文では、最初に、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振に起因する固有振動特性および走行荷重時、残留自由振動時の動的応答特性に着目し、斜張橋のシステムダンピングの支配的な要因を新たに定義する。次には、斜張橋に擬した簡単な計算モデルに対する種々の数値計算結果から、定義の妥当性を検討する。さらに、実橋試験を行い、定義した要因によるシステムダンピングが、実橋において実際に生じることを確認する。そして、最後には、マルチケーブル型式の長大斜張橋の実橋設計例を対象として、L-20相当設計荷重列走行による動的応答の線形化解析および非線形解析を実行し、システムダンピングに関する若干の設計資料を得ることを試みる。

2. システムダンピングの要因の定義

(1) 部分構造系の内部共振

部分構造の固有円振動数が互いに近接する場合、内部共振（外力の振動数が近接する場合の通常のものではない）を起こし、全体構造としてはおのおのの相似な振動成分が異なる比率で連成する2種の固有振動モードを生じることが知られている。

著者ら¹⁶⁾は、斜張橋のようにケーブルおよび主桁が異なる部分構造として明確に分割される構造においては内

部共振が容易に起こることを、特殊な型式に対してではあるが理論的および実験的にすでに確認している。さらに、そのような場合の2種の固有振動モードにおいては、ケーブルの横振動の振動成分が逆位相で連成することを報告している。

本章では、このような内部共振に起因する固有振動特性、および、それによる走行荷重時、残留自由振動時の動的応答特性に着目し、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因を新たに定義する。

(2) 走行荷重による動的応答

ケーブルを鎖状ケーブル部材として取り扱うことによって、対象とする現象は容易に解析されると思われる。部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じる2種の固有振動モードに対応するベクトルを $\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j$ 、近接する固有円振動数を ω_i, ω_j とすれば、

$$\ddot{\Phi}_k(t) + \omega_k^2 \Phi_k(t) = (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_k)^{-1} \cdot \{\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{f}(t)\} \quad (k=i, j) \dots\dots\dots (1)$$

なる式で、一般化座標 $\Phi_i(t), \Phi_j(t)$ が表わされる。ここに、 $\mathbf{f}(t)$ は外力ベクトルであり、 \mathbf{M} は質量マトリックスである。

いま、説明の便宜上から単一集中荷重が主桁上を速度 V で走行する場合を考え、フーリエ級数展開すれば、外力ベクトル $\mathbf{f}(t)$ は次式のように表わされる。

$$\mathbf{f}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\mathbf{a}_n \sin \omega_{pn} t), \quad \omega_{pn} = \frac{n\pi V}{L} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 \mathbf{a}_n は定数ベクトルであるが、具体的な表現は省略する。また、 ω_{pn} は正弦関数型外力の固有円振動数に対応するものであり、 L は主桁の全長である。

式(2)を式(1)に代入すれば、

$$\Phi_k(t) = (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_k)^{-1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{a}_n) \cdot \frac{1}{\omega_k^2 - \omega_{pn}^2} \left(\sin \omega_{pn} t - \frac{\omega_{pn}}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \right\} \quad (k=i, j) \dots\dots\dots (3)$$

なる式で、一般化座標の解が得られる。

したがって、同様に説明の便宜上から、注目する変位を主桁およびケーブルのおのおの一箇所のものとし、 $\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j$ の対応する要素を y_{Gi}, y_{Gj} および y_{Ci}, y_{Cj} とすれば、

$$Y_{Gk}(t) = y_{Gk} \cdot \Phi_k(t), \quad Y_{Ck}(t) = y_{Ck} \cdot \Phi_k(t) \quad (k=i, j) \dots\dots\dots (4)$$

なる式で、動的応答値 $Y_{Gi}(t), Y_{Gj}(t)$ および $Y_{Ci}(t), Y_{Cj}(t)$ は与えられる。さらに、説明をより簡単にするために、式(3)において、正弦関数型外力ベクトル $\mathbf{a} \sin \omega_p t$ に関する成分が卓越するとすれば、式(4)は次のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{Gk}(t) &= \frac{y_{Gk} \cdot F_k}{\omega_k^2 - \omega_p^2} \left(\sin \omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \\ Y_{Ck}(t) &= \frac{y_{Ck} \cdot F_k}{\omega_k^2 - \omega_p^2} \left(\sin \omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \end{aligned} \right\} (k=i, j) \dots (5)$$

ここに、

$$F_k = (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{y}_k)^{-1} \cdot (\mathbf{y}_k^T \cdot \mathbf{a}) \dots (6)$$

であり、式 (5) の第 1 項が強制振動項、および、第 2 項が自由振動項である。

(3) 自由振動項の beating 現象

式 (5) の自由振動項を $\bar{Y}_{Gi}(t)$, $\bar{Y}_{Gj}(t)$ および $\bar{Y}_{Ci}(t)$, $\bar{Y}_{Cj}(t)$ で表わせば、次式のように与えられる。

$$\bar{Y}_{Gk}(t) = \lambda_k \cdot X_{Gk} \sin \omega_k t, \quad \bar{Y}_{Ck}(t) = \lambda_k \cdot X_{Ck} \sin \omega_k t \quad (k=i, j) \dots (7)$$

ここに、

$$\lambda_k = \frac{(\omega_p / \omega_k)}{1 - (\omega_p / \omega_k)^2} \dots (8)$$

であり、 X_{Gi} , X_{Gj} および X_{Ci} , X_{Cj} は、

$$X_{Gk} = \frac{y_{Gk} \cdot F_k}{\omega_k^2}, \quad X_{Ck} = \frac{y_{Ck} \cdot F_k}{\omega_k^2} \quad (k=i, j) \dots (9)$$

なる式で示される、静的な場合の応答振幅である。

初等の振動学¹⁷⁾における特異な一現象として、円振動数の近接した 2 種の正弦波が起こす beating (喰り) 現象というものがあるが、自由振動項がそのような現象を生じることは式 (7) から明らかである。

すなわち、2 種の近接した固有円振動数 ω_i , ω_j に対応する、注目した主桁の変位の自由振動項を合成して得られる正弦波は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}_{Gi}(t) + \bar{Y}_{Gj}(t) &= \bar{A}_G(t) \sin \left\{ \left(\omega_i + \frac{\delta}{2} \right) t - \phi_G \right\} \\ \bar{A}_G(t) &= \sqrt{(\lambda_i \cdot X_{Gi})^2 + (\lambda_j \cdot X_{Gj})^2 + 2(\lambda_i \cdot X_{Gi})(\lambda_j \cdot X_{Gj}) \cos \delta t} \\ \phi_G &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_j \cdot X_{Gi} - \lambda_i \cdot X_{Gj}}{\lambda_i \cdot X_{Gi} + \lambda_j \cdot X_{Gj}} \cdot \tan \frac{\delta}{2} t \right) \\ \delta &= |\omega_i - \omega_j| \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

なる式で現わされ、beating 現象によって、振幅 $\bar{A}_G(t)$ が、

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{G, \max} &= |\lambda_i \cdot X_{Gi} + \lambda_j \cdot X_{Gj}| \\ \bar{A}_{G, \min} &= |\lambda_i \cdot X_{Gi} - \lambda_j \cdot X_{Gj}| \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

なる最大、最小値で周期 $2\pi/\delta$ の周期関数となる。

したがって、強制振動項の振幅および自由振動項の最大振幅 $\bar{A}_{G, \max}$ が内部共振をほとんど起こさない場合と差異がないならば、主桁の着目した変位の動的応答値が最小振幅 $\bar{A}_{G, \min}$ の付近ではかなり減少することになる (特に、走行開始後、beating 現象の 1/2 周期付近で動的応答の最大値が生じるならば、その効果は非常に

大きい)。そして、静的応答値には当然、差異がないことから、動的増幅率がかなり低減されることになる。

また、荷重が走行後の残留自由振動においても、振幅、位相差は異なるが、自由振動項に対応するもののみとなることから、構造減衰^{注)}との相互作用によって、高い減衰性が与えられることになる。

一方、ケーブルの注目した変位については、対応する 2 種の固有振動モードにおいてケーブルの振動成分が前述したように逆位相で連成するならば、静的な場合の応答振幅 X_{Ci} , X_{Cj} が逆符号となることから、自由振動項の振幅 $\bar{A}_C(t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{C, \min} &= |\lambda_i \cdot X_{Ci} + \lambda_j \cdot X_{Cj}| \\ \bar{A}_{C, \max} &= |\lambda_i \cdot X_{Ci} - \lambda_j \cdot X_{Cj}| \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

なる最小、最大値で周期 $2\pi/\delta$ の周期関数となる。

したがって、逆に自由振動項の最小振幅 $\bar{A}_{C, \min}$ が内部共振をほとんど起こさない場合と差異がなければ、注目したケーブルの変位の動的応答値が増大することになる。

ゆえに、これらのことから、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じる、おのおのの相似な振動成分が異なる比率で連成し、固有円振動数が近接した、2 種の固有振動モードに対応する自由振動項の beating 現象を、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因として新たに定義する。

3. 定義の妥当性の検討

定義したシステムダンピングの要因の妥当性を検討するために、本章では、斜張橋に擬した簡単な計算モデルに対して、種々の数値計算を行い、その結果について考察する。

(1) 計算モデルと計算結果

計算モデルは図-1 に示すようなものであり、ケーブルを鎖状ケーブルとして取り扱うモデルに加え、従来の計算とも対応させるために、単なる軸方向力部材として取り扱うモデルも対象とする。さらに、表-1 がその断

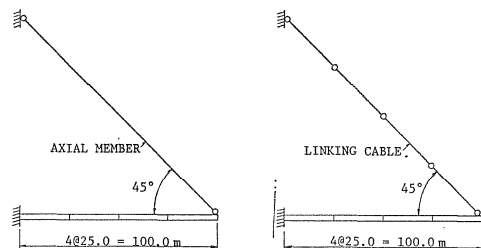


図-1 計算モデル

注) 粘性減衰に対応し、エネルギー逸散を伴う本来の意の減衰を指す。

表一 計算モデルの断面諸量

		CABLE	GIRDER
AREA	A (m ²)	0.1	1.0
INERTIA	I (m ⁴)	0.0	4.0
Y. MODULUS	E (t/m ²)	2.0×10 ⁷	2.1×10 ⁷
DEAD LOAD	w _d (t/m)	1.0	50.0

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

面諸量である。

数値計算においては、鎖状ケーブルの中間の各節点に自重に対応する集中質量を与えるが、サグの影響を除くために、静的荷重としては両端の節点に集中するものとする。また、ケーブルの無応力長は、所定の完成時張力に対応する導入引張応力 σ_t が静的平衡状態で生じる条件を、満足するように事前に算定する。一方、主桁の無応力形状は、ケーブルの張力および死荷重に対応する外荷重に対して、所定の完成形状で静的平衡状態となる条件を、満足するように事前に算定する。さらに、固有振動解析は、静的平衡状態での有限変位理論に基づく接線剛性行列を用いて行う。

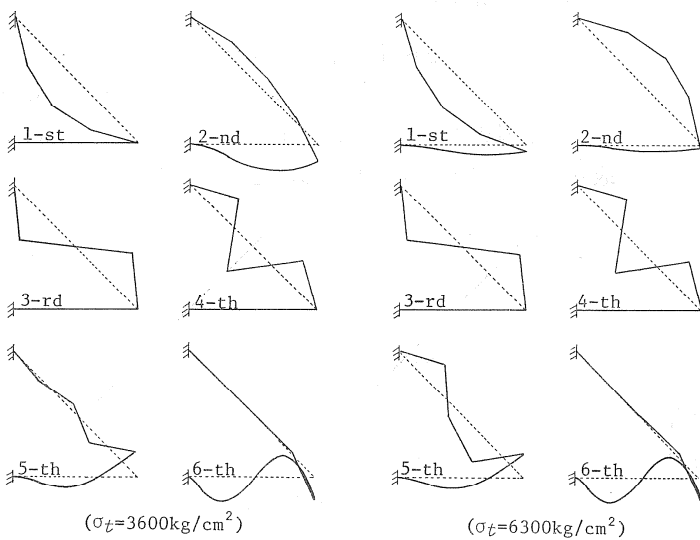
したがって、導入引張応力 σ_t の各値について数値計算を行えば、図一2~4 および 表一2, 3 が得られる。

まず、表一2 は、計算モデルおよび導入引張応力の相

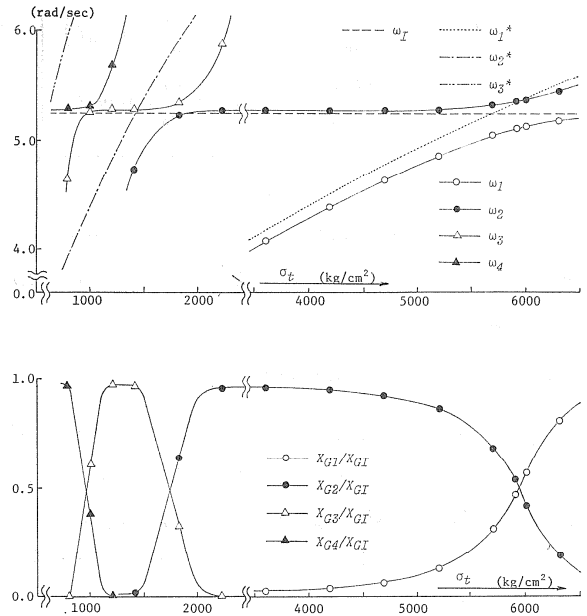
表一2 固有円振動数 (rad/s)

	AXIAL MEMBER ($\sigma_t=3\ 600\ \text{kg/cm}^2$)	LINKING CABLE	
		($\sigma_t=3\ 600\ \text{kg/cm}^2$)	($\sigma_t=6\ 300\ \text{kg/cm}^2$)
ω_I	ω_1	4.0589	5.1893
	ω_2	5.2557	5.4498
	ω_3	7.5139	9.9054
	ω_4	9.8177	13.0149
ω_{II}	ω_5	10.7919	11.0277
ω_{III}	ω_6	21.7396	21.8555

(1.0 kg ≒ 9.8 N)



図一2 固有振動モード



図一3 固有円振動数および静的な場合の応答振幅比

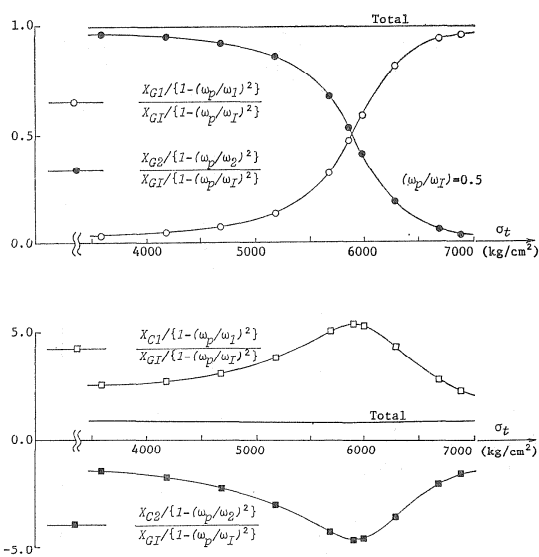
違した3ケースの場合の固有円振動数を示すものであり、図一2 は、鎖状ケーブルとして取り扱ったモデルの2ケースの場合の固有振動モードを示すものである。

図一3 (上図) は、ケーブルを軸方向力部材として取り扱ったモデルの主桁の1次振動モードに対応する固有円振動数 ω_I 、および、鎖状ケーブルとしたモデルの1次~4次の固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_4$ の値の、導入引張応力 σ_t の変化に伴う変動状況を示すものである。この図には、参考のために、ケーブルの弦としての1次~3次の固有円振動数 $\omega_1^* \sim \omega_3^*$ の値も付記してある。また、図一3 (下図) は、主桁自由端に正弦関数型外力 $P \sin \omega_p t$ が鉛直方向に作用するとした際における、固有円振動数が $\omega_1 \sim \omega_4$ の固有振動モードに関する主桁自由端の鉛直方向変位の静的な場合の応答振幅 $X_{G1} \sim X_{G4}$ と、 ω_I に関する X_{GI} との比を示すものである。

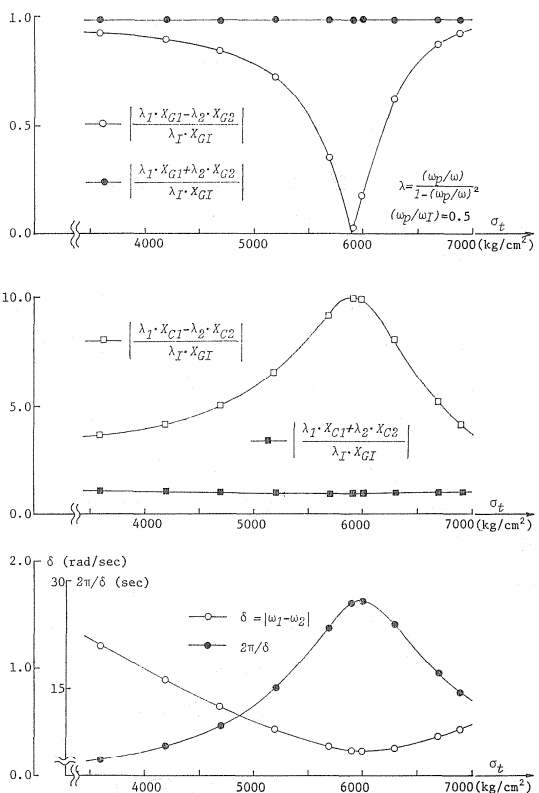
図一4 は、正弦関数型外力の円振動数 ω_p と ω_I との比が0.5の場合について、主桁自由端の鉛直方向変位およびケーブル中央点の法線方向変位の強制振動項の振幅比およびその合算値を示したものである。すなわち、 X_{C1}, X_{C2} は、法線方向に座標変換したケーブル中央点の静的な場合の応答振幅である。

さらに、図一5 は、同様に正弦関数型外力の円振動数 ω_p と ω_I との比が0.5の場合について、beating 現象における、主桁自由端の鉛直方向変位、ケーブル中央点の法線方向変位の自由振動項の最大、最小振幅比、および、周期を示すものである。

なお、表一3 は、ケーブルが鎖状ケーブル部材と軸方向力部材との両者の部材から成るとして、



図—4 強制振動項の振幅比とその合算値



図—5 beating 現象における自由振動項の最大、最小振幅比および周期

鎖状ケーブル部材の断面積の全体に対する比率を 1.0～0.125 と変化させた際における、1 次、2 次の固有円振動数、および、主桁自由端の鉛直方向変位の静的な場合の応答振幅比に及ぼす影響を表わすものである。

(2) 計算結果の考察

これらの計算結果からは、次のようなことが考察される。

まず、表—2 および 図—2 から、固有円振動数 ω_I に

表—3 鎖状ケーブルの断面積の比率変化が及ぼす影響

σ_t (kg/cm ²)	RATIO OF AREA	ω_1 (rad/s)	ω_2 (rad/s)	X_{G1}/X_{GI}	X_{G2}/X_{GI}
5 700	1.000	5.045 8	5.316 5	0.306 4	0.678 3
	0.500	5.073 9	5.286 1	0.226 1	0.766 2
	0.250	5.091 6	5.267 3	0.151 7	0.844 4
	0.125	5.102 1	5.256 2	0.092 5	0.905 5
5 900	1.000	5.113 6	5.348 3	0.479 2	0.505 9
	0.500	5.146 0	5.314 0	0.439 0	0.553 5
	0.250	5.168 9	5.290 1	0.391 6	0.604 6
	0.125	5.184 9	5.273 6	0.335 0	0.663 1
6 000	1.000	5.138 3	5.368 3	0.570 7	0.414 5
	0.500	5.170 8	5.334 1	0.568 0	0.424 5
	0.250	5.194 1	5.309 9	0.572 0	0.424 3
	0.125	5.210 6	5.292 9	0.583 7	0.414 5
6 300	1.000	5.189 2	5.449 8	0.800 3	0.185 6
	0.500	5.214 5	5.423 3	0.853 5	0.139 3
	0.250	5.230 0	5.407 1	0.903 6	0.092 8
	0.125	5.239 0	5.397 8	0.942 4	0.055 7

(1.0 kg=9.8 N)

ケーブルの弦としての 1 次のそれが近接するような導入引張応力の場合、部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって、固有円振動数 ω_1, ω_2 の値が近接し、おのおのの相似な振動成分が異なる比率で連成、ケーブルの振動成分の位相が逆転した、2 種の固有振動モードが存在することを再確認できる。

図—3 からは、内部共振を起こすケーブルの弦としての振動成分が、2 次、3 次と高次になる場合にも、固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_4$ に対応するモードの中から、主桁の振動成分が卓越する 2 種の固有振動モードが現われ、同様の現象を生じることがわかる。また、高次になるに従って、最も近接する際の 2 種の固有円振動数の値の差は小さくなるが、零にはならないことがわかる。

図—4 からは、主桁自由端の鉛直方向変位の強制振動項の振幅の合算値がほぼ一定で、内部共振をほとんど起こさない場合と差異はなく、従来のようにケーブルを軸方向力部材とした場合ともほぼ等しいことがわかる。また、ケーブル中央点の法線方向変位の強制振動項の合算値は、固有円振動数 ω_1, ω_2 が近接するに従って減少する傾向がみられるが、内部共振をほとんど起こさない場合と大きい差異がないことがわかる。

図—5 からは、beating 現象における主桁自由端の鉛直方向変位の自由振動項の最大振幅の値がほぼ一定で、内部共振をほとんど起こさない場合と差異はなく、従来のようにケーブルを軸方向力部材とした場合の振幅にもほぼ等しいことがわかる。一方、最小振幅は、2 種の固有円振動数 ω_1, ω_2 が近接するに従って小さくなり、最も近接する際には零となることがわかる。また、ケーブル中央点の法線方向変位の自由振動項の最小振幅の値は、 ω_1, ω_2 が近接するに従って減少する傾向がみられるが、内部共振をほとんど起こさない場合と大きい差異が

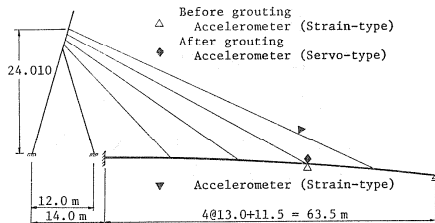
ないことがわかる。そして、最大振幅は主桁自由端の最小振幅が小さくなるに従って逆に増大することがわかる。さらに、主桁自由端の最小振幅が小さくなるに従って、beating 現象の周期が長くなることもわかる。

なお、表—3 からは、鎖状ケーブルの断面積の比率が小さくなるに伴って、固有円振動数 ω_1, ω_2 はさらに近接する一方、振幅比の差は大きくなることわかる。このことは、部分構造系としてのケーブルの振動エネルギー比が小さくなるに従って、主桁自由端の鉛直方向変位の自由振動項の最小振幅は大きくなる傾向にあるが、beating 現象の周期は長くなり、その現象自体はより生じやすくなることを意味している。

ゆえに、これらの考察からは、定義した要因が斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因であるとしてもよいと思われる。

4. 実橋試験

定義した要因によるシステムダンピングが、実橋において、実際に生じることを確認するために、本章では、単径間 PC 斜張橋を対象に実橋試験を行った結果を用いて、測定データを分析する。

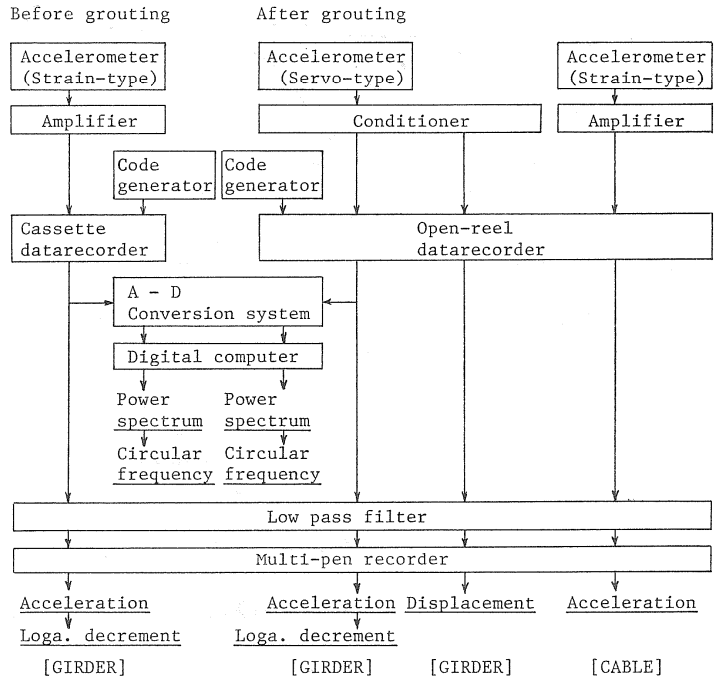


図—6 実橋試験例

表—4 実橋試験例の諸元

		CABLE	GIRDER	TOWER	
AREA	A (m ²)	0.002 85	2.38	6.0, 7.5	
		0.004 23			
		0.004 23			
		0.004 23			
INERTIA	I (m ⁴)	0.0	0.336 4	2.0, 3.9	
Y. MODULUS	E (t/m ²)	2.05 × 10 ⁷	3.27 × 10 ⁸	3.09 × 10 ⁸	
DEAD LOAD	ω_d (t/m)	Before Grout.	0.025 3	6.02	15.6, 19.5
			0.036 8		
			0.036 8		
			0.036 8		
		After Grout.	0.037 7	6.02	15.6, 19.5
			0.058 5		
			0.058 5		
			0.058 5		
TENSION	T_d (t)	Before Grout.	113.0	—	—
			170.5		
			191.1		
			194.7		
		After Grout.	112.0	—	—
			182.5		
			193.1		
			190.3		

(1.0 t ≒ 9.8 kN)



図—7 測定データの処理方法

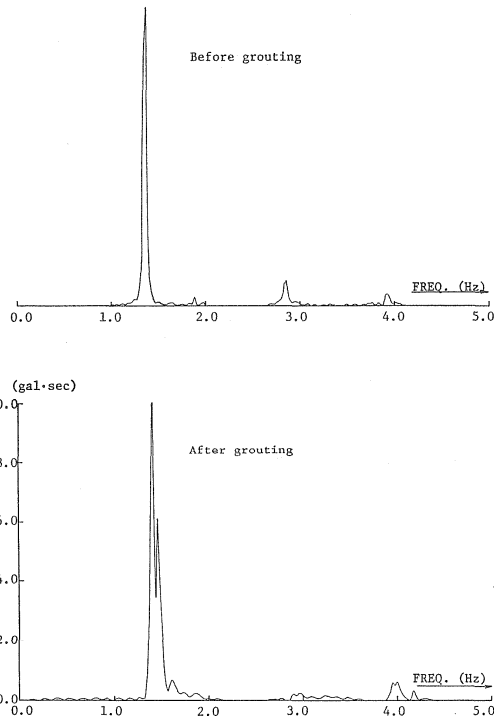
(1) 試験要領と試験結果

対象とした実橋は 図—6 に示すものであり、この図に示したように、比較のために、グラウト後の完成状態においてのみならず、グラウト前の状態においても、測定を行った。すなわち、グラウト前には、主桁測定点の鉛直方向加速度のみを、グラウト後には、主桁測定点の鉛直方向加速度およびそれを電気的に変換した鉛直方向変位、ケーブル測定点の法線方向加速度を測定項目とした。さらに、表—4 は実橋の諸元を示すものであるが、ケーブル張力は、グラウト前およびグラウト後における張力測定によって得られた実測値である。

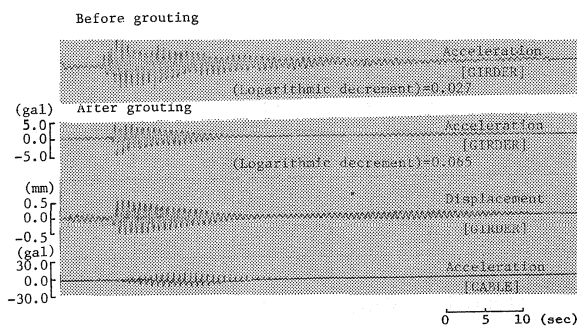
試験内容としては、グラウト前には、落下試験のみを、グラウト後には、落下試験および走行試験を実施した。荷重車の重量、落下位置および走行速度は、それぞれ、約 2.0 t (≒ 19.6 kN)、支間中央および 30 km/h であった。

したがって、測定されたデータを 図—7 に示す方法で処理した結果、および、考察のために行った理論計算結果を示せば、図—8~11、表—5 が与えられる。なお、A-D 変換における時間間隔は 0.02 s (最大周波数は 25 Hz)、データの個数は 2048 個、すなわち、データの継続時間は 40.96 s (分解能は 0.024 Hz) であり、パワースペクトルはグラフィックディスプレイに描画している。また、対数減衰率は、ペン書きオシログラフに描画した記録波形から残留自由振動部の最初の 20 波の両振幅を読み取り、最小自乗法によって算定している。

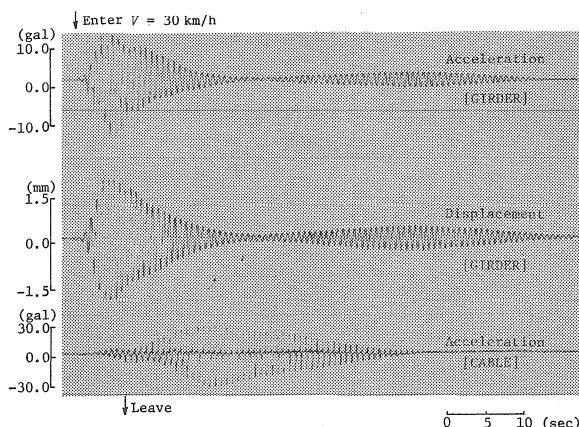
まず、図—8 は、グラウト前およびグラウト後の落下試験における、主桁測定点の鉛直方向加速度記録から得



図—8 落下試験における主桁測定点のパワースペクトル



図—9 落下試験における記録波形と対数減衰率



図—10 走行試験における記録波形

られたパワースペクトルを示すものであり、図—9 は各測定項目の記録波形、および、主桁測定点の鉛直方向加速度の記録波形から算定した対数減衰率を示すものである。なお、これらの図において、グラウト前の試験に関するグラフの縦軸が不備であるのは、キャリブレーション

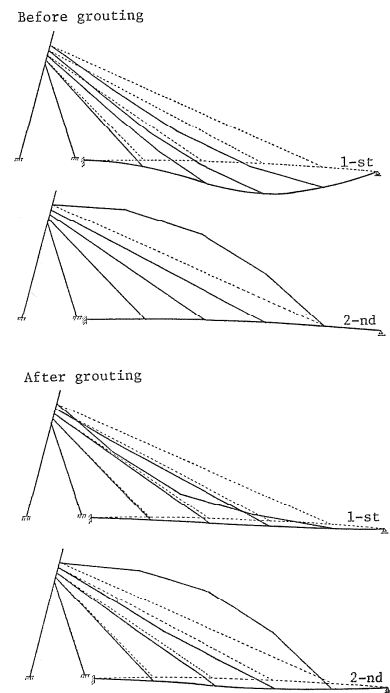
表—5 固有円振動数の実測値と理論計算値

	Before grouting		After grouting	
	Experi. value	Theoreti. value	Experi. value	Theoreti. value
ω_1 (rad/s)	8.61	8.537 0	8.92	8.282 9
ω_2 (rad/s)	10.62	10.733 3	9.17	8.643 5
$\delta = \omega_1 - \omega_2 $ (rad/s)	2.01	2.196 3	0.25	0.360 6
$2\pi/\delta$ (s)	3.13	2.860 8	25.13	17.424 3

ンの記録が不良であったことによるものである。

また、図—10は、グラウト後の走行試験における、各測定項目の記録波形を示すものである。

さらに、表—5 および図—11は、全段のケーブルを鎖状ケーブルとして取り扱った場合における、グラウト前およびグラウト後の状態での1, 2次の固有円振動数、固有振動モ



図—11 固有振動モードの理論計算値

ードの理論計算結果を示すものである。なお、表—5には、参考のために、実測値および両者のモードに対応する自由振動項の beating 現象の周期も付記してある。

(2) 試験結果の考察

これらの試験結果からは、次のようなことが考察される。

まず、図—8 および 図—9 からは、グラウト前とは異なり、グラウト後には、内部共振によるものと推測される、振動数の近接した2種の卓越振動モードの存在が実測されていること、および、各測定項目の記録波形の残留自由振動部において、beating 現象によるものと推測される振幅の変化がみられることがわかる。また、グラウト前のものに比較して、グラウト後の対数減衰率の値がかなり大きくなっていることがわかる。

図—10 からは、beating 現象によるものと推測される振幅の変化がより明確に現われており、荷重車通過後の残留自由振動における主桁測定点での振幅が構造減衰も作用することによって急速に減衰していること、および、ケーブル測定点での振幅はそれとは逆の傾向にある

ことがわかる。

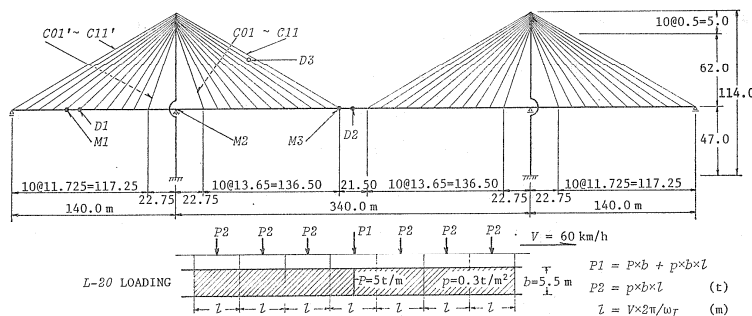
さらに、表—5 および 図—11 からは、理論計算結果においても、グラウト前とは異なり、グラウト後に、ケーブル、主桁の相似な振動成分が異なる比率で連成、ケーブルの振動成分の位相が逆転している。固有円振動数の近接した2種の固有振動モードが存在することがわかる。また、固有円振動数の理論計算値が実測値とよく一致していることもわかる。

ゆえに、これらの考察からは、所要の条件を満足すれば、定義した要因によるシステムダンピングが、実橋において、実際に生じ得るとしてもよいと思われる。さらに、対象とした実橋は設計において偶然に所要の条件を満足していたものであるが、マルチケーブル型式の場合はそのような可能性がより高いと思われ、定義した要因は過去において実測された高い減衰性の支配的な要因の一つであると推測される。

5. マルチケーブル型式斜張橋の動的応答解析

本章では、マルチケーブル型式斜張橋の特定のケーブルの完成時張力を（静的な設計から決定されるプレストレスを他のケーブルに再配分することによって）所要の条件を満足するように強制的に調整できる場合を想定し、定義した要因によるシステムダンピングの効果について、実橋設計例を対象に、長大斜張橋の経済的な設計を行う立場からの若干の資料を得ることを試みる。ただし、ここでは、現象をより明確にとらえるために他のケーブルの横振動の振動成分を考慮しないこともあり、他のケーブルの完成時張力の調整は行わないものとする。

対象とする実橋設計例は 図—12 に示す中央径間長 340 m のものであり、L-20（道路橋示方書）相当設計荷重列が主桁上を走行する場合における動的応答解析を実行する。この図において、速度 $V=60$ km/h で走行するとして L-20 相当設計荷重列における ω_I は、従来の解析に対応して全段のケーブルを軸方向力部材として取り扱う場合に得られる最低次の固有円振動数であり、 l は動的外力としての P1, P2 の共振車頭間隔を表わしている。



図—12 実橋設計例および L-20 相当設計荷重列

表—6 実橋設計例の諸元

		CABLE	GIRDER	TOWER
AREA	A (m ²)	0.0128 ~0.0192	1.214	0.968, 1.392
INERTIA	I (m ⁴)	0.0	2.98	1.518, 2.284
Y. MODULUS	E (t/m ²)	2.05×10 ⁷	2.10×10 ⁷	2.10×10 ⁷
DEAD LOAD	w _d (t/m)	0.1408 ~0.2112	21.6	9.40, 13.7
TENSION	T _d (t)	150.0 ~800.0	—	—

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

表—7 解析モデル

	MODEL-1		MODEL-1 L		MODEL-2 L	
	C 10'	C 10	C 10'	C 10	C 10'	C 10
KIND OF CABLE	AXIAL MEMBER		LINKING CABLE			
TENSION (t)	400.0	500.0	400.0	500.0	266.0	327.0
CIRCULAR FREQ. (rad/s)	—	—	2.9622	2.9895	2.4156	2.4176

(1.0 t ≒ 9.8 kN)

実橋設計例の諸元は表—6 に示すようであり、解析モデルは表—7 に示すように、MODEL-1, MODEL-1 L および MODEL-2 L の3ケースを考える。すなわち、MODEL-1 は従来の解析に対応して全段のケーブルを単なる軸方向力部材として取り扱ったもの、MODEL-1 L は10段目の4本のケーブルのみを鎖状ケーブル部材として取り扱ったものである。さらに、MODEL-2 L は、10段目の4本のケーブルの弦としての固有円振動数がMODEL-1の最低次のものである ω_I に近接するように、プレストレスを含む完成時張力を調整したものである。

固有振動解析は、完成死荷重時の静的な平衡状態での有限変位理論に基づく接線剛性行列によって線形化される運動方程式に対して行い、固有値問題の解法としては、Sturm Sequence 法¹³⁾を適用する。さらに、動的応答解析は、完成死荷重時の接線剛性行列を常に用いる線形化解析、および、各時間ステップにおいて文献13)の推定割線剛性行列を用いる非線形解析の両者の解析を直接積分法によって行い、常微分方程式の解法としては、

Newmark の β 法¹⁴⁾（加速係数 $\beta=0.25$ 、時間間隔 $\Delta t=0.06$ s）を適用する。なお、数値計算における各段のケーブルの自重の処理、無応力長の算定法、および、主桁、主塔の無応力形状の算定法は、前々章のものと同様である。

図—13~15 および、表—8, 9 が解析結果を示すものである。

まず、表—8 が、各解析モデルの固有円振

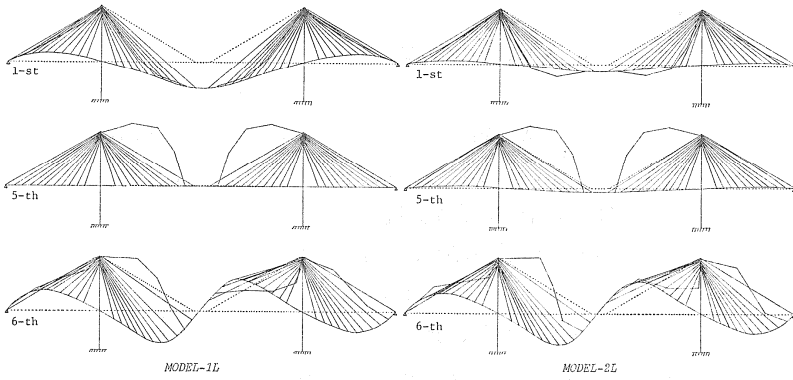


図-13 主桁の振動成分の卓越する固有振動モード

表-8 各解析モデルの固有円振動数

		MODEL-1	MODEL-1 L	MODEL-2 L
ω_I (rad/s)	ω_1	2.268 2	2.266 4	2.247 2
	ω_2		2.887 3	2.355 1
	ω_3		2.887 3	2.355 1
	ω_4		2.906 0	2.355 8
	ω_5		2.913 7	2.381 8
ω_{II}	ω_6	3.697 4	3.690 0	3.694 0
$\delta = \omega_1 - \omega_5$		—	0.647 3	0.134 6
$2\pi/\delta$ (s)		—	9.706 8	46.680 4

動数を表わすものである。この表には、参考のために、1次と5次のモードに対応する振動による beating 現象の周期も付記してある。また、図-13 が、MODEL-1 L, MODEL-2 L の 1, 5, 6 次の固有振動モード (2, 3, 4 次はケーブルのみが個々に横振動するモードである) を示すものである。これらの図表からは、MODEL-2 L の場合に、部分構造系として主桁の振動と内部共振を起こすケーブルが4本であることから、5種の固有円振動数 $\omega_1 \sim \omega_5$ が近接するが、ケーブルが逆位相で連成し、主桁の振動成分が卓越するモードは、 ω_1 と ω_5 に対応する1次と5次の2種の固有振動モードであることがわかる。さらに、MODEL-1 の最低次の固有円振動数 ω_I の

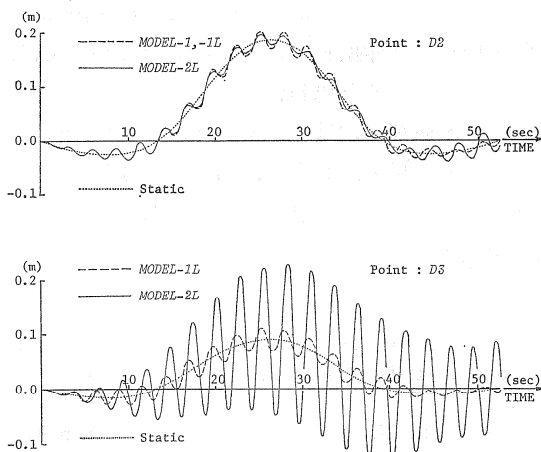


図-14 走行時の応答-時間曲線の例

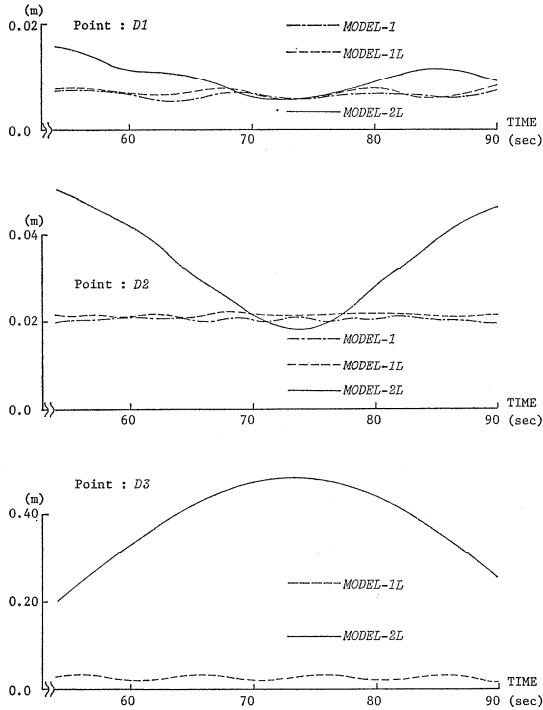
値によって算定される L-20 相当設計荷重列の共振車頭間隔 l の値が、十分に実現性のある走行状態に対応するものであることがわかる。

表-9 が、各解析モデルに対する、図-12 に同時に示した各着目点の鉛直方向変位、曲げモーメント、張力の静的な場合の応答値、および、動的増幅率 (DAF) を表わすものである。図-14 は、走行時の応答-時間曲線の例として、着目点 D2, D3 における鉛直方向変位の応答-時間曲線を示すものである。これらの図表からは、MODEL-1 と MODEL-1 L とにほとんど差異はみられないが、MODEL-2 L の場合に、定義した要因によるシステムダンピングの効果が大きく、主桁の鉛直方向変位のみならず、曲げモーメント、および、ケーブルの張力の動的増幅率がかなり低減されていることがわかる。特に、主桁の中央点である着目点 D2 の鉛直方向変

表-9 各解析モデルの動的増幅率

			MODEL-1	MODEL-1 L	MODEL-2 L	
			Linearized Analysis			Non-Li.
Displ. (m)	D1	Static	-0.061 1		-0.061 4	
		(DAF)	1.121	1.132	1.091	1.106
	D2	Static	0.187 4		0.187 9	
		(DAF)	1.081	1.084	1.049	1.065
	D3	Static	0.090 4		0.090 7	
		(DAF)	—	1.204	2.562	2.192
Moment (t·m)	M1	Static	-2 497.4		-2 507.2	
		(DAF)	1.146	1.144	1.104	1.127
	M2	Static	-1 494.2		-1 492.6	
		(DAF)	1.025	1.018	1.017	1.016
	M3	Static	2 321.8		2 331.6	
		(DAF)	1.024	1.032	1.027	1.040
Tension (t)	C06'	Static	34.582		34.594	
		(DAF)	1.049	1.064	1.059	1.061
	C10'	Static	107.142		107.421	
		(DAF)	1.107	1.110	1.072	1.084
	C11'	Static	125.664		125.983	
		(DAF)	1.108	1.113	1.075	1.088
	C06	Static	57.594		57.642	
		(DAF)	1.079	1.074	1.054	1.058
	C10	Static	47.362		47.466	
		(DAF)	1.083	1.096	1.066	1.087
	C11	Static	41.011		41.114	
		(DAF)	1.094	1.106	1.070	1.097

(1.0t=9.8 kN)



図—15 残留自由振動時の鉛直方向変位の両振幅の時間曲線

位については、動的応答の最大値が自由振動項の beating 現象の $1/2$ 周期の時刻付近で生じたことから、衝撃係数に換算すれば、約 60% 程度に低減されていることがわかる。また、非線形解析によって得られた値は、線形化解析によるものと比較して、静的な値にはほとんど差異がないにもかかわらず、システムダンピングの効果が減じる傾向にあり、10 段目のケーブルの張力の増加による横振動性状の変化がもたらす非線形性を無視できないことがわかる。すなわち、この問題が、動的な場合に特有の非線形問題の一つであることがわかる。

さらに、図—15 が、走行終了後の残留自由振動時の着目点 D1, D2, D3 における鉛直方向変位の両振幅の時間曲線を示すものである。この図からは、MODEL-2L の場合に、beating 現象の $1/2$ 周期の時刻までに振幅の急激な変化がみられ、主桁の振動振幅は、構造減衰との相互作用から定義した要因によるシステムダンピングによって急速に低減されることがわかる。ただし、荷重列の通過直後における MODEL-2L の場合の振幅が他に比較して大きいのは、残留自由振動の初期条件の差異によるものであり、その大小は問題でない。

なお、以上の解析結果においては、ケーブルの振動振幅が beating 現象によって逆に増大する傾向がみられており、張力が減少していることから直接的に有害な挙動とはいえないが、設計時に配慮すべき問題であると思われる。

6. 結 言

本文は、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因を新たに定義し、定義の妥当性の検討を行い、さらには、若干の設計資料を得ることを試みたものである。種類の数値計算結果、実橋試験結果、および、マルチケーブル型式の長大斜張橋の動的応答解析結果からは、次のようなことがいえる。

(1) 部分構造系としてのケーブルと主桁の振動の内部共振によって生じる、おのおのの相似な振動成分が異なる比率で連成し、固有円振動数が近接した、2 種の固有振動モードに対応する自由振動項の beating 現象が、斜張橋のシステムダンピングの支配的な一要因である。

(2) マルチケーブル型式斜張橋の特定のケーブルのみの完成時張力を調整した場合においても、定義した要因によるシステムダンピングは、主桁の鉛直方向変位のみならず、曲げモーメント、および、ケーブルの張力の平滑走行荷重による衝撃係数をかなり低減する効果を与えることが可能である。

(3) 同様の場合の走行終了後の残留自由振動時においても、定義した要因によるシステムダンピングは、構造減衰も作用することによって、高い減衰性を与えることが可能である。

(4) これらのような効果はケーブルを鎖状ケーブルとして取り扱うことによって容易に解析されるが、張力の変動による横振動性状の変化に伴う動的な場合に特有の非線形問題の一つであり、より正確な把握のためには、幾何学的非線形性を考慮した動的応答解析も必要である。

したがって、長大斜張橋の動的応答特性を検討する立場、および、経済的な設計を行う立場からも、定義した要因によるシステムダンピングの効果は、考慮に値するものであると思われる。また、本文では、動的外力として走行荷重のみを考えたが、完成時および架設途中における限定振動（風琴振動）に対する効果については、今後の研究課題であると思われる。

最後に、本研究における、本州四国連絡橋公団・成井信氏の多大のご尽力、および、当時、卒研生であった大阪大学大学院・藤原 要君の多大のご苦勞に対し、心より謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Leonhardt, F., et al.: Cable-stayed Bridges, Report on Latest Development, Canadian St. Eng. Conf., 1970.
- 2) Leonhardt, F., et al.: Vergleiche zwischen Hängebrücken und Schrägseilbrücken für Spannweiten über 600 m, Abhandlungen 32-I, IVBH, 1972.

- 3) 大阪湾岸線技術委員会編：昭和 50 年度大阪湾岸線（Ⅲ期）調査報告書，阪神高速道路公団，1976.
- 4) 土木学会編：昭和 54 年度本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書（別冊 3・櫃石島，岩黒島斜張橋に関する検討），本州四国連絡橋公団，1980.
- 5) Leonhardt, F., et al. : Cable-Stayed Bridges, IABSE SURVEYS, S-13/80, 1980.
- 6) Havemann, H.K. : Spannungs- und Schwingungsmessungen an der Brücke über die Norderelbe im Zuge der Bundesautobahn Südliche Umgehung Hamburg, Stahlbau 33, 1964.
- 7) Leonhardt, F., et al. : Modellversuche für die Schrägkabelbrücken Zárate-Brazo Largo über den Rio Paraná (Argentinien), Bauingenieur 54, 1979.
- 8) Baglietto, E., et al. : Mathematical and Structural Models of Zárate-Brazo Largo Bridges, ISMES-Bericht No. 85, Bergamo (Italien), 1976.
- 9) Leonhardt, F., et al. : Die Spannbeton-Schräggabelbrücke über den Columbia River Zwischen Pasco und Kennewick im Staat Washington (USA), Beton und Stahlbetonbau, Heft 2, 3 und 4, 1980.
- 10) 小松定夫・川谷充郎：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，No. 275, 1978.
- 11) 高久達将・宮村隆夫・原 茂樹・藤沢伸光：通信専用斜張橋の設計と施工，日本鋼管技報，No. 91, 1981.
- 12) 樋上琇一・佐々木 敏：中規模斜張橋の構造減衰と耐風安定性，土木学会第 37 回年次学術講演会講演概要集，1982.
- 13) 前田幸雄・林 正・前田研一：幾何学的非線形性を考慮した平面骨組構造物の動的応答解析法，土木学会論文報告集，No. 249, 1976.
- 14) Maeda, Y., M. Hayashi and K. Maeda : Non-Linear Vibration Analysis of Plane Framed Structures by Finite Element Method, Proc. of the 24th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1974.
- 15) 前田幸雄・林 正・前田研一：斜張橋の設計における非線形問題，第 24 回構造工学シンポジウム論文集，1978.
- 16) 梅沢宣男・前田研一・松橋 省：2 径間非連続桁斜張橋の振動特性，土木学会第 35 回年次学術講演会講演概要集，1980.
- 17) たとえば，Jacobsen, L.S. and R.S. Ayre : Engineering Vibrations with Application to Structures and Machinery, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1958 (後藤・金多訳：振動工学，丸善図書株式会社，1961).
- 18) Gupta, K.K. : Eigenproblem Solution by a Combined Sturm Sequence and Inverse Iteration Technique, Int. J. for Numerical Meth. in Engineering, Vol. 7, 1973.
- 19) Newmark, N.M. : A Method of Computation for Structural Dynamics, Proc. of ASCE, EM 3, 1959.

(1982.3.13・受付)