

# 鉄道吊橋の動的応答性状に及ぼす補剛桁の 遊動円木振動の影響

## DYNAMIC EFFECTS OF LONGITUDINAL MOVEMENT OF STIFFENING GIRDER OF RAILWAY SUSPENSION BRIDGE

前田 幸雄\*・林 正\*\*・前田 研一\*\*\*  
By Yukio MAEDA, Masa HAYASHI and Ken-ichi MAEDA

### 1. 緒 言

著者ら<sup>1)</sup>は、先に、任意径間数、任意支持条件の吊橋に対して、線形化撓度理論に基づく鉛直たわみ振動の基礎微分方程式を用いた解析的な固有振動計算法、および、補剛桁の遊動円木振動の連成を考慮した補正計算法を提案し、線形化有限変位理論に基づくマトリックス振動計算法と対比させることによって、妥当性と簡便性を検証した。しかしながら、遊動円木振動の連成が鉛直方向成分は同じである 2 種の逆対称一次固有振動を生じさせるなどの多大の影響を及ぼすことについては、Selberg<sup>2)</sup>、倉西<sup>3)</sup>も単径間吊橋を対象として理論的に、実験的に指摘しているにもかかわらず、動的応答性状に及ぼす影響については、ほとんど報告されていない。

本研究は、先の論文(文献 1))の補遺として、平滑走行の鉄道荷重による吊橋の動的応答性状に及ぼす補剛桁の遊動円木振動の影響を検討しようとするものである。この分野での代表的な研究として伊藤<sup>4)</sup>の論文があり、設計衝撃係数を決定する際の多くの重要な資料を与えているが、橋軸方向の慣性力を無視した Bleich のエネルギー法<sup>5)</sup>に基づく計算法を用いており、遊動円木振動の影響に関する考察はみられない。なお、センターステイ(一般に、偏心活荷重によるトルク、橋軸方向の風荷重あるいは地震荷重に対して設計されるが、ハンガーと同程度の有効断面積である)などの付属部材が設置されている場合でも、鉄道荷重が常時に載荷される活荷重であることを考えれば、安全側の点から橋軸方向の拘束がないとした場合の検討も必要であると思われる。

### 2. 遊動円木振動の影響の要因分析

まず、本章で、補剛桁の遊動円木振動の連成によって 2 種の逆対称一次固有振動(鉛直方向成分は同じであるが、振幅比および周期が異なる)が存在するという特性が鉄道吊橋の動的応答性状に及ぼす影響の要因分析を目的として、それらの 2 種の逆対称一次固有振動のみによって形成される動的応答に着目し、

$$\beta = w_s / (w_c + w_s), \quad r = h_c / f \dots \dots \dots (1)$$

なる代表的なパラメーターに関する解析を、以下に説明する特有の手法によって行う。ここに、 $w_s$ 、 $w_c$ 、 $h_c$  および  $f$  はそれぞれ、補剛桁部、主ケーブル部の分布死荷重、中央ハンガーの部材長および主ケーブルのサグである。なお、ここでは、その簡便性から、文献 1) の線形化撓度理論に基づく固有振動計算法による結果を適用する。

#### (1) 解析手法

連続支持吊橋の逆対称一次固有振動において、最大値 1.0 の鉛直方向成分  $\eta(x)$  に対する補剛桁の遊動円木振動すなわち橋軸方向成分の 2 種の振幅比を低次から順に  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$  (主ケーブルの橋軸方向移動  $\xi_c(x)$  と同方向である前者の符号を正、異方向である後者の符号を負とする)、および固有周期を  $T_1$ 、 $T_2$  で表わし、鉛直外荷重  $p(x)$  が橋軸方向に移動するとすれば、おのおのに対応する静的な場合の一般化座標  $\phi_{s,1}$ 、 $\phi_{s,2}$  の最大値は次式で与えられる。

$$\max(\phi_{s,j}) = \left( \frac{T_j}{2\pi} \right)^2 \cdot \max \left\{ \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} p_i(x_i) \cdot \eta_i(x_i) dx_i \right\} / \left[ \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{w_{s,i}}{g} L_i \zeta_j^2 + \frac{w_{c,i}}{g} \int_0^{L_i} \xi_{c,i}^2(x_i) dx_i + \frac{w_{c,i} + w_{s,i}}{g} \int_0^{L_i} \eta_i^2(x_i) dx_i \right\} \right] \quad (j=1, 2) \dots \dots \dots (2)$$

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科  
\*\* 正会員 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系  
\*\*\* 正会員 工修 川田工業(株)技術本部研究室

ここに、 $g, L$  および  $n$  は、それぞれ重力加速度、径間長および径間数であり、添字  $i$  は径間番号である。したがって、鉛直方向および橋軸方向の静的最大変位  $v_{s,max}, u_{s,max}$  は、次のような式で得られる。

$$v_{s,max} = \sum_{j=1}^2 \max(\Phi_{s,j}),$$

$$u_{s,max} = \sum_{j=1}^2 \zeta_j \cdot \max(\Phi_{s,j}) \dots\dots\dots (3)$$

ところで、単純ばり上を単一集中荷重あるいは半無限等分布荷重が平滑走行している場合であれば、おのおのによる動的増幅率 (Dynamic Amplification Factor : DAF) は

- a) 単一集中荷重走行の場合  
(DAF) $_j = 1/(1 - \alpha_{v,j})$  ( $j=1, 2$ )  $\dots\dots\dots (4)$
- b) 半無限等分布荷重走行の場合  
(DAF) $_j = 1/(1 - \alpha_{v,j}^2)$  ( $j=1, 2$ )  $\dots\dots\dots (5)$

なる式で表わされ、増幅率の最大最小値に対応するものとして動的応答性状を検討する際によく用いられてきたが、吊橋の逆対称一次固有振動の鉛直方向成分は中央径間部で大きく、側径間部は比較的小さいことから、上式をそのまま適用しても実用上問題はないと思われる。ここに、 $\alpha_{v,1}, \alpha_{v,2}$  は走行速度を  $V$ 、中央径間長を  $L_c$  として、次式で算定される。

$$\alpha_{v,j} = VT_j/L_c \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots (6)$$

ゆえに、動的な場合の一般化座標  $\Phi_{d,1}, \Phi_{d,2}$  の最大値、

$$\max(\Phi_{d,j}) = (\text{DAF})_j \cdot \max(\Phi_{s,j}) \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots (7)$$

が同時に生じると仮定すれば、鉛直方向および橋軸方向変位の動的増幅率は、

$$(\text{DAF})_v = \{ \sum_{j=1}^2 \max(\Phi_{d,j}) \} / v_{s,max},$$

$$(\text{DAF})_u = \{ \sum_{j=1}^2 \zeta_j \cdot \max(\Phi_{d,j}) \} / u_{s,max} \dots\dots\dots (8)$$

なる計算式で求められることになる。集中荷重の場合、このような仮定を満足できないことは明らかである。しかしながら、実際に載荷される鉄道荷重の集中性は比較的低いことから、その場合は、2種の一般化座標の動的最大値はほぼ同時に生じると推測される。したがって、式(18)を適用して従来と同様に動的応答性状を検討することは実用上十分に妥当である(このことについては後でも述べる)と思われる。

(2) 解析結果とその考察

図-1の鉄道(道路併用)吊橋の実橋設計例をもとに、表-1に示す構造部材の諸量を有し、逆対称一次固有振動の2種の周期、振幅比が図-2に示す値である吊

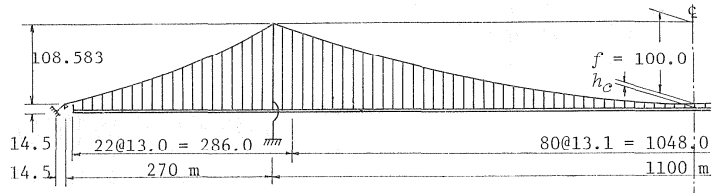


図-1 実橋設計例

表-1 構造部材の諸量 (1/Br.)

	Area (m <sup>2</sup> )	Inertia (m <sup>4</sup> )	Modulus (t/m <sup>2</sup> )	D. Load (t/m)	
				Side	Main
Main Cable	1.541	0.0	2.0×10 <sup>7</sup>	(1-β)×43.14	(1-β)×41.94
Hanger	.0132	0.0	1.4×10 <sup>7</sup>	—	—
Stiff. Girder	.4874 ~.917	20.553~ 38.4978	2.1×10 <sup>7</sup>	β×43.14	β×41.94
Tower	3.653	41.8620	2.1×10 <sup>7</sup>	—	—

(1.0 t/m<sup>2</sup>≒9.8 kPa, 1.0 t/m≒9.8 kN/m)

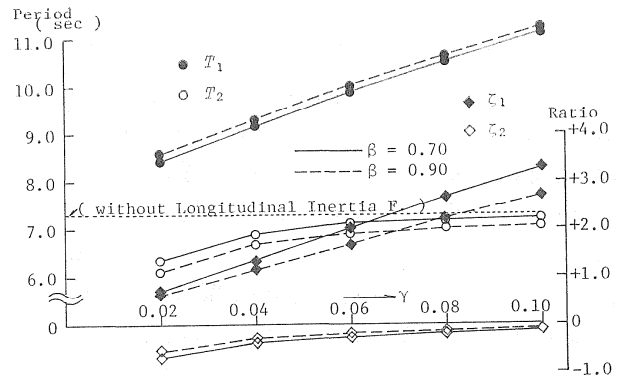


図-2 固有周期および振幅比

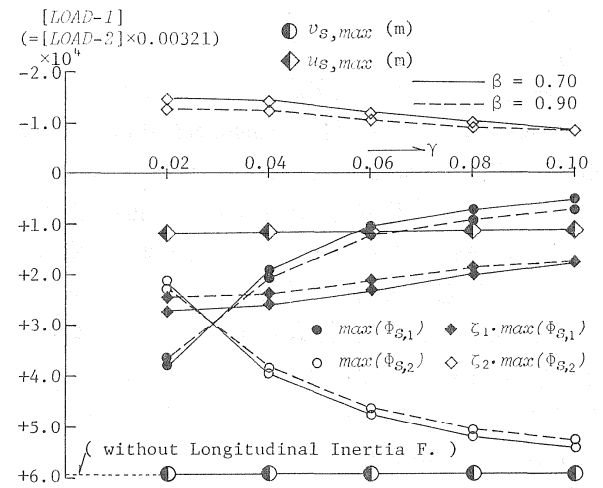


図-3 静的最大値 (LOAD-1, -2)

橋を対象とすれば、図-3, 4 が与えられる。前者は強度 1.0 t(≒9.8 kN) の単一集中荷重 (LOAD-1) および強度 1.0 t/m(≒9.8 kN/m) の半無限等分布荷重 (LOAD-2) が速度  $V=160$  km/h で走行する場合の式(3)による静的最大変位、後者は式(8)による動的増幅率などを示したものである。ただし、これらの図には、橋軸方向の慣性力を無視した場合も示した。

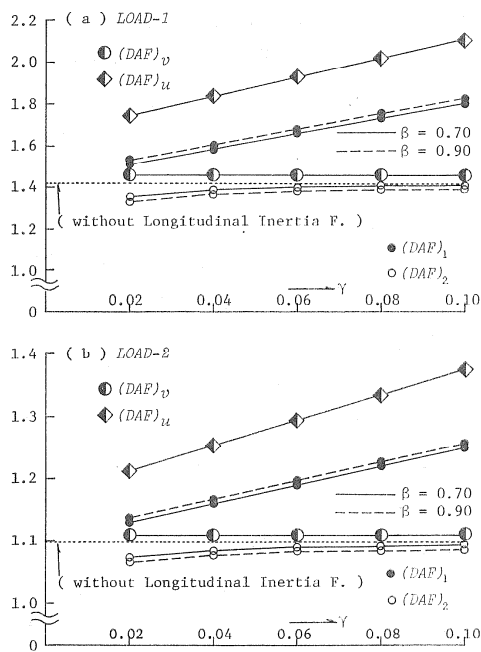


図-4 動的増幅率 (LOAD-1, -2)

なお、表-2 は、式 (8) の適用の妥当性の検証も兼ねて、図-3, 4 を参照しパラメーターの値を組み合わせた次の4ケース

CASE-1;  $\beta=0.90, r=0.06,$

CASE-2;  $\beta=0.70, r=0.06,$

CASE-3;  $\beta=0.70, r=0.02,$  CASE-3 V; (橋軸方向慣性力を無視)

に鉄道荷重に擬した載荷長 320 m, 強度 1.0 t/m ( $\approx 9.8$  kN/m) の等分布荷重 (LOAD-3) が同じ速度で走行する場合を考え、2種の逆対称一次固有振動モードのみを用いたモード重畳法によって時間間隔 0.15 s で計算したものである。そして、この計算では、具体的な表示は省略するが、表-2 に示した各ケースの動的な場合の一般化座標の最大値  $\max(\phi_{d,1})$  と  $\max(\phi_{d,2})$  はほぼ同時に生じ、式 (8) の適用の妥当性が確かめられた。

これらの解析結果から、次のようなことなどが考察される。まず、鉛直方向変位の動的増幅率は、橋軸方向の慣性力を無視した場合に比較して少し大き

表-2 静的、動的最大値および動的増幅率 (LOAD-3)

	CASE-1	CASE-2	CASE-3	CASE-3 V
$\max(\phi_{s,1})$	0.030	0.027	0.094	0.160
$\max(\phi_{s,2})$	0.130	0.133	0.065	—
$\zeta_1 \cdot \max(\phi_{s,1})$	0.054	0.059	0.070	—
$\zeta_2 \cdot \max(\phi_{s,2})$	-0.026	-0.030	-0.041	—
$v_{s,max}$ (m)	0.160	0.160	0.159	0.160
$u_{s,max}$ (m)	0.028	0.028	0.029	—
$\max(\phi_{d,1})$	0.042	0.036	0.111	0.176
$\max(\phi_{d,2})$	0.142	0.146	0.071	—
(DAF) <sub>v</sub>	1.145	1.141	1.139	1.106
(DAF) <sub>u</sub>	1.580	1.585	1.304	—

いが、パラメーター  $\beta, r$  に関係なくほぼ一定であることがわかる。他方、橋軸方向変位の動的増幅率は鉛直方向変位のそれに比較してかなり大きく、パラメーター  $\beta$  には依存しないが、 $r$  値の増加に伴って増大し、パラメーターによる静的最大値の差異はほとんどないことから、動的な増分量も同様に増大することがわかる。

### 3. 鉄道荷重による動的応答解析例

本章では、補剛桁の遊動円木振動が鉄道吊橋の動的応答性状に及ぼす影響に関する2,3の設計資料を得ることを目的とし、実橋設計例をもとにした前章のCASE-1~3, -3 V にセンターステイ (有効断面積 0.011 m<sup>2</sup>) を有するCASE-3 Sを加えた5ケースに対して鉄道荷重を平滑走行させ、モード重畳法によって動的増幅率を算定し、種々の考察を行う。なお、ここでは、エンドおよびタワーリンク (断面積 1.0 m<sup>2</sup>, 部材長 8.0 m, 10.0 m) なども考慮することから、線形化有限変位理論に基づく

表-3 固有周期 (単位: s)

	Asy.	Sym.	Sym.	Asy.	Sym.	Asy.	Sym.	Asy.
	1st	1st	2nd	2nd	3rd	3rd	4th	4th
CASE-1	9.90	6.90	5.81	4.37	3.16	2.54	2.42	1.98
CASE-2	9.78	7.03	5.82	4.38	3.17	2.55	2.46	1.99
CASE-3	8.31	6.36	5.82	4.38	3.17	2.55	2.46	1.99
CASE-3 S	7.67	5.82	4.37	3.41   3.13	2.55	2.41	1.99	1.68
CASE-3 V	7.22	5.80	4.35	3.14	2.51	2.40	1.97	1.57

表-4 変位, モーメント, 張力の静的最大値および動的増幅率

	Displacement				Moment		Tension					
	Stiffening Girder (m)				Stiff. G. ( $\times 10^6$ tm)		Main Cable ( $\times 10^4$ t)		Hanger ( $\times 10^2$ t)			
	Vertical		Longitudinal						Extreme End		Center	
	Static	(DAF)	Static	(DAF)	Static	(DAF)	Static	(DAF)	Static	(DAF)	Static	(DAF)
CASE-1	0.875	1.101	0.110	1.580	0.158	1.103	0.264	1.047	0.494	1.057	0.385	1.032
CASE-2	0.876	1.098	0.111	1.582	0.157	1.105	0.265	1.048	0.496	1.052	0.257	1.028
CASE-3	0.873	1.098	0.116	1.298	0.157	1.109	0.265	1.048	0.558	1.059	0.257	1.027
CASE-3 S	0.873	1.087	0.121	1.152	0.157	1.099	0.265	1.052	0.561	1.050	0.268	1.028
CASE-3 V	0.873	1.073	0.117	1.103	0.158	1.083	0.264	1.045	0.562	1.048	0.259	1.027

マトリックス振動計算法による結果を適用する。

表-3 が、モード重畳法に用いる逆対称四次までの固有振動の周期を示すものであり、CASE-1~3, -3V の逆対称一次の値は前章の図-2 とよく一致している。また、CASE-3S については、表-3 からわかるように逆対称二次の固有振動が2種存在しているが、遊動円木振動と異なり鉛直方向成分に多大の影響を及ぼす橋軸方向成分の連成（補剛桁の橋軸方向の移動が拘束されているからであり、ステイクブルの断面を大きくすれば、さらに高次の逆対称固有振動において生じる）によるものである。そして、これらの次数までの固有振動を用いれば、最大変位に関して1.0%以下の誤差となることを事前に確認した。

したがって、鉄道荷重の等分布荷重強度を3.8 t/m (= 37.24 kN/m)、載荷長を320 m、走行速度を160 km/hとし、時間間隔0.15 sで数値積分を行えば、補剛桁の鉛直方向および橋軸方向変位の静的最大値、動的増幅率が、各ケースについて表-4に示すように得られる。なお、この表には、参考のために、補剛桁の曲げモーメント、主ケーブル、端および中央ハンガー、エンドおよびタワーリンク、センターステイの張力の同様の値（断面力の場合、特にハンガー、リンクの張力に関しては、変位のように高い精度は満足できないが、動的効果を検討するには十分に有効なものである）も示した。

これらの解析結果からは、次のようなことなどが考察される。まず、鉛直方向変位の動的増幅率が、逆対称一次以外のモードとの重畳によって前章の表-2の値よりもさらに低減され、衝撃係数に対応する動的効果は図-4のLOAD-1の値の約25%であり、センターステイのある場合、橋軸方向の慣性力を無視した場合と比較して少し大きい程度であることがわかる。他方、橋軸方向変位については、逆対称一次のモードが支配的であることから前章の表-2の値とほとんど差異がなく、衝撃係数に対応する動的効果は図-4のLOAD-1の値の40%以上であり、センターステイのある場合、橋軸方向の慣性力を無視した場合（この場合は鉛直および橋軸方向変位の両者の動的増幅率がほぼ等しい）に比較して

かなり大きいことがわかる。また、各種部材の曲げモーメント、張力などの動的増幅率に及ぼす影響はほとんどないこともわかる。

#### 4. 結 言

本文は、平滑走行の鉄道荷重による吊橋の動的応答性に及ぼす補剛桁の遊動円木振動の影響について、特有の手法を用いた代表的なパラメーターに関する要因分析、および、モード重畳法を用いた動的応答解析を実橋設計例をもとに行い、設計上の資料を得ることを試みたものである。両者の解析結果の考察からは、次のようなことがいえた。

(1) 振幅比および周期は相当に異なっているが鉛直方向成分は同じであること、および、鉄道荷重の集中性は比較的低いことから、2種の逆対称一次固有振動に対応する動的な場合の一般化座標の最大値はほぼ同時に生じ、本文の手法によれば、代表的なパラメーターに関する要因分析を行える。

(2) 橋軸方向変位の動的増幅率は鉛直方向変位のそれより大きく、パラメーター $\beta$ には依存しないが、 $r$ の値の増加に伴って増大し、センターステイのある場合および橋軸方向の慣性力を無視した場合に比較してかなり大きな値となることもあり得る。

(3) 鉛直方向変位の動的増幅率は、パラメーター $\beta, r$ に関係なくほぼ一定であるが、センターステイのある場合および橋軸方向の慣性力を無視した場合に比較して少し大きな値となる。

(4) 各種部材の断面力の動的増幅率に及ぼす影響はほとんどない。

ゆえに、実施設計において、特に橋軸方向変位の動的増幅率に及ぼす影響に対する何らかの配慮を必要とする場合が十分に予測されるが、文献1)の線形化撓度理論および有限変位理論に基づく両者の計算法を併用してそれらの結果を本文の手法およびモード重畳法に適用すれば、より合理的な検討が可能であると思われる。

#### 参 考 文 献

- 1) 前田幸雄・林 正・前田研一：吊橋の固有振動計算法，土木学会論文報告集，No. 262, 1977.
- 2) Selberg, A.: Oscillation and Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, ACTA Polytechnica, Scandinavia, Ci 13, 1961.
- 3) 倉西 茂：ダンパーによる吊橋のたわみ振動の制動について，土木学会論文集，No. 142, 1967.
- 4) 伊藤 学：走行荷重に対する吊橋の動的応答と衝撃，土木学会論文集，No. 149, 1968.
- 5) Bleich, F. et al.: The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges, U.S. Gov. Printing Office, Washington, 1950.

Link ( $\times 10^6 t$ )				Center-Stay ( $\times 10^6 t$ )	
End-Link		Tower-Link		Static	(DAF)
Static	(DAF)	Static	(DAF)		
0.245	1.044	0.480	1.034	—	—
0.246	1.046	0.480	1.043	—	—
0.248	1.047	0.480	1.055	—	—
0.248	1.039	0.479	1.056	0.210	1.372
0.250	1.042	0.478	1.041	—	—

(1.0 tm  $\approx$  9.8 kN·m, 1.0 t  $\approx$  9.8 kN)

(1981.11.13・受付)