

長大斜張橋の立体有限変位解析

THREE-DIMENSIONAL FINITE DISPLACEMENT ANALYSIS
OF LONG-SPAN CABLE-STAYED BRIDGES

前田研一*・林 正**・瀬戸内秀規***・中村一史****・成田信之*****

Ken-ichi MAEDA, Masa HAYASHI, Hideki SETOUTI, Hitoshi NAKAMURA and Nobuyuki NARITA

*工博 東京都立大学助教授 工学部土木工学科(〒192-03 東京都八王子市南大沢1-1)
 **工博 長岡技術科学大学教授 工学部建設系(〒940-21 新潟県長岡市上富岡町1603-1)
 ***工修 川田工業株式会社 技術本部振動研究室 (〒550 大阪市西区北堀江1-22-19)
 ****工修 東京都立大学助手 工学部土木工学科(〒192-03 東京都八王子市南大沢1-1)
 *****工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科(〒192-03 東京都八王子市南大沢1-1)

A numerical method for the three-dimensional finite displacement analysis of long-span cable-stayed bridges with flexible cables is proposed in this paper. At the structural analysis of such a cable-stayed bridge, the initial stress and configuration analyses under dead loads and appointed prestresses are required, not only for a main girder and towers, but also for flexible cables. This numerical method is introduced to enable these analyses, and proposed on the purpose of inserting into programs for general spatial frames. From calculation results by using a trial design model with the center span of 1,000m, this method is confirmed to be fully accurate and effective at the structural analysis under wind loads. Key Words: finite displacement analysis, spatial frames, long-span cable-stayed bridge, flexible cables

1. 緒言

斜張橋の進歩は目覚ましく、中央径間長890mの多々羅大橋の建設が佳境に入った現在、1,000m級長大斜張橋時代の到来も間近いとされている。それに伴って非線形の立体有限変位解析法を適用する必要性が高まっているが、断面を決定する際の基本的な設計計算は線形の微小変位解析法により行われ、有限変位解析法は設計断面力の補正や、架設計算に用いられるのが一般的で、今後もその位置付けは大きくは変わらないものと思われる¹⁾。

従って、微小変位解析から定められたプレストレスを含む設計張力がケーブルに作用した状態で主桁、主塔が所定の完成形状となるように、形状決定を行って有限変位解析モデルを作成する必要があるが、その計算手法は平面解析においても確立されているとは言えない²⁾。

斜張橋の有限変位解析における形状決定が、厳密には反復計算を必要とし、各々の計算において非常に不安定な構造系に対する有限変位解析を行わなければならないことは、既に著者らによって指摘されている³⁾が、従来までは微小変位解析による変形量を用いて算定された主桁、主塔の無応力形状によっても実用上十分な精度が得られたために、実際には、そのような反復計算を行う必

要はなかった。しかしながら、1,000m級に至る長大斜張橋の有限変位解析では不可欠になるものと考えられる。

また、平面骨組解析を経て立体骨組解析に至るのが一般的であり、平面モデルによる計算結果を組み合わせることによって実用上十分な精度で立体モデルの形状決定を行え、平面モデルの構造データに最小限のデータを追加するのみで立体モデルにほぼ自動的に変換できれば、解析計算の効率化が図られる。特に、任意形式の立体骨組構造物を対象とした汎用コードを使用する際に、このような機能を有する前処理プログラムは極めて有用であると考えられる。

さらに、長大斜張橋の実施設計においては、自重によるサグの影響に加えて、静的風荷重などによるケーブルの弛緩の影響も考慮した立体有限変位解析が、完成系および架設系に対して必要不可欠になると考えられる。3次元の任意方向外力を受ける柔ケーブル部材の合理的な計算式は未だ見当たらないが、実用的な方策として、柔ケーブルを複数の軸力部材に分割し、いわゆるリンクケーブルに置き換えて弛緩の影響を評価する方法がある。

自由度は大幅に増大するが、現在では大きな障害でなく、汎用コードでも容易に対応が可能であることから、

ケーブルの横振動の影響を考慮した固有振動解析用の立体モデルなどに既に適用されている。しかしながら、これを設計計算用モデルに適用するには、ケーブルを単一の軸力部材（以下、直線ケーブルと呼ぶ）として微小変位解析から定められたプレストレスを含む設計張力の主桁、主塔への作用状態に適合するように、リンクケーブルの形状決定を行わなければならない。

このように、長大斜張橋の設計計算に立体有限変位解析を適用する場合、解析モデルの形状決定の手法などには、未解決の問題や、改善すべき点が残されている。したがって、上述の設計風荷重載荷時のケーブルの弛緩の影響についてはもちろんのこと、ねじり振動数を高めることとして注目されている塔面内でA形の主塔が静的設計に及ぼす効果等についても、立体有限変位解析による検討結果は報告されておらず、十分な資料が与えられているとはいえない。

そこで、本論文では、まず、長大斜張橋の立体有限変位解析における解析モデルの主桁、主塔の形状決定を、平面モデルを対象とした有限変位解析⁴⁾の反復計算により簡便かつ十分な精度で実行できる計算手法を提案する。次に、リンクケーブルの形状決定を平面問題として解析的に計算する手法を提案し、平面解析でサグの影響を考慮するために適用される放物線ケーブル部材⁵⁾の設計張力の作用状態にも適合することを確かめる。

さらに、これらの形状決定計算や立体モデルへの変換を行う前処理プログラムと、汎用コードあるいは著者らによる開発コード⁶⁾とを組み合わせた立体有限変位解析システムの機能を示し、中央径間長1,000mのA形主塔を有する試設計モデル⁷⁾を対象に立体有限変位解析に適用した結果から、計算手法などの妥当性、有用性、および効率性などを検証する。これに加えて、設計風荷重⁸⁾を載荷して、完成系、および、架設系の立体有限変位解析を実施した結果も示し、リンクケーブルモデルの必要性を検討するとともに、A形主塔の効果や、ケーブルの弛緩が及ぼす影響についても把握を試みる。

2. 設計条件と骨組の形状決定

2.1 斜張橋の設計条件

長大斜張橋においても、断面を決定する際の基本的な設計計算は線形の微小変位解析法により行われ、有限変位解析法は設計断面力の補正や、架設計算に用いられるのが一般的であることは、前述したとおりである。影響線処理が可能であることによるものであるが、非線形性がそれほど高くないことが大きな理由になっている。

基本となる設計計算において、完成時断面力などを算定する際には、図-2.1に示すような斜張橋特有の解析モデルの組み合わせが適用されることが多い。すなわち、主桁、主塔、および、ケーブルなどの各部の死荷重は図-2.1(a)に示す通常の斜張橋モデルに載荷され、ケーブルの張力 T_0 など、各部の断面力が計算される。これに対

して、ケーブルのプレストレス T_{ps} を決定する際には、図-2.1(b)に示すような全ケーブルを除去したモデルを対象に各部の断面力が計算される。プレストレスを含むケーブルの設計張力は、 $\tilde{T} = T_0 + T_{ps}$ なる式で与えられ、各部の完成時軸力、および、曲げモーメント値は、両者のモデルによる計算結果を合計したものとなる。

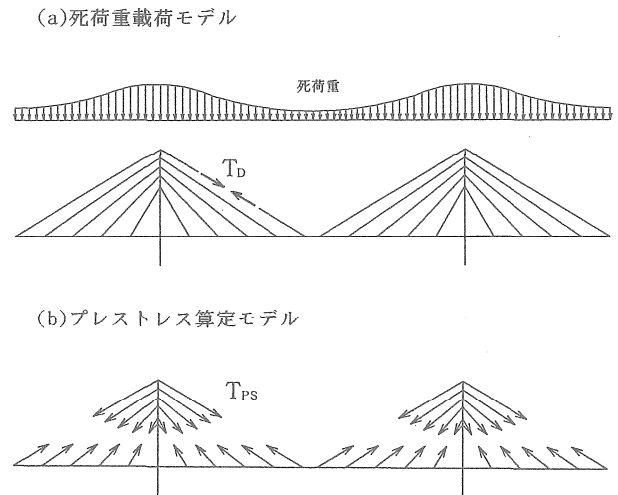


図-2.1 設計計算モデル

したがって、有限変位解析モデルの作成に当たっては、上述のようにして定められた設計張力 \tilde{T} がケーブルに作用した状態で、主桁、主塔が所定の完成形状となり、軸力、および、曲げモーメントの分布状態も上述の合計値と一致するように、形状決定を行う必要がある。

一方、斜張橋にかかわらず橋梁の設計では、平面骨組解析を経て立体骨組解析に至るのが一般的であり、平面モデルが立体モデルに先行して作成されることが多い。また、立体有限変位解析コードは、平面有限変位解析コードと異なり、自主開発コードが完備されているとは未だ言えず、汎用コードに依存している場合も少なくないが、このような場合には、独自の計算ルーチンを組み込むことは困難である。

そこで、本章では、各種平面モデルを対象とした形状決定の計算手法を誘導し、各モデルの構造データ、および、形状決定結果を組み合わせ、最小限の不足データを追加することによって、実用上十分な精度で立体解析モデルに変換する方法などを提案する。

なお、立体モデルを平面モデルに先行して作成する場合や、厳密に立体モデルを対象に形状決定を行う場合にも、ここに提案する計算手法や、各部の剛性の評価などにおける考え方は、そのまま応用できるものである。

2.2 X-Y平面における形状決定

全体座標系のX軸、および、Y軸を、橋軸方向、および、鉛直方向にそれぞれ取って、X-Y平面における形状決定の計算手法を以下に述べる。

(1) 直線ケーブルの無応力長

平面モデルによる微小変位解析から定められた第 i 番目のケーブルの設計張力を \tilde{T}_i とし、断面積、および、弾性係数をそれぞれ $A_{c,i}$ 、 E_c とすれば、

$$L_{0,i} = E_c A_{c,i} L_i / (\tilde{T}_i + E_c A_{c,i}) \dots (1)$$

なる式で無応力長 $L_{0,i}$ は求められる。ここに、 L_i は、完成時平衡状態におけるケーブル長（部材長）であり、完成形状から与えられるものである。

したがって、上式を適用すれば、単一の軸力部材とした全ケーブルの無応力長が決定される。

(2) 主桁、主塔の無応力形状

図-2.2は、全ケーブルを仮に除去し、その代わりに各ケーブルのプレストレスを含む設計張力の X 、 Y 軸方向成分に対応する外荷重を、主桁、主塔、および、ケーブルなどの各部の死荷重とともに載荷するモデルを示したものである。この図では、ケーブルの桁側定着点と主桁中立軸との偏心有る場合のモデルを示している。

前節で述べた斜張橋特有の設計条件を満足させるためには、上図のモデルを対象に、次のような平面有限変位解析の反復計算による形状決定を行う必要がある。ここに、各節点の X 、 Y 座標、および、各部材の断面積、断面2次モーメント、弾性係数は、微小変位解析による設計計算における平面モデルから与えられる。

すなわち、まず最初に、完成形状のモデルに図に示した荷重を載荷して生じる各節点の変位を微小変位解析により求め、それと絶対値が等しく符号が逆の量だけ完成形状から隔たった位置に無応力形状を仮定する。次に、仮定された無応力形状のモデルに同じ荷重を載荷し、有限変位解析により求めた各節点の変位から得られる変形形状と完成形状との差異に相当する節点変位差について、同様に絶対値が等しく符号が逆の量だけ仮定無応力形状から隔たった位置に改めて無応力形状を仮定する。

以後、新たに仮定された無応力形状のモデルに同じ荷重を載荷し、有限変位解析により得られる変形形状と所定の完成形状との差異に相当する節点変位差について、その絶対誤差が所要の許容値以内に収束するまで、同様の計算を繰り返し反復することになる。

この無応力形状を仮定するための節点変位としては、回転角を対象とせず、 X 軸、 Y 軸方向の変位のみを対象とした方が容易であり、実際の製作、架設に際しても支障はない。したがって、反復計算の第 n 回目の計算において用いられる仮定無応力形状の第 j 節点の X 、 Y 座標を表わす $X_{0,j}(n)$ 、 $Y_{0,j}(n)$ は、所定の完成形状のそれらを \tilde{X}_j 、 \tilde{Y}_j として、

$$\begin{aligned} X_{0,j}(n) &= X_{0,j}(n-1) - \{X_{0,j}(n-1) + D_{x,j}(n-1)\} - \tilde{X}_j \\ Y_{0,j}(n) &= Y_{0,j}(n-1) - \{Y_{0,j}(n-1) + D_{y,j}(n-1)\} - \tilde{Y}_j \\ &\dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

なる式で与えられる。ここに、 $D_{x,j}(n-1)$ 、 $D_{y,j}(n-1)$ はそれぞれ、第 $(n-1)$ 回目の計算において有限変位解析により求められる節点変位である。

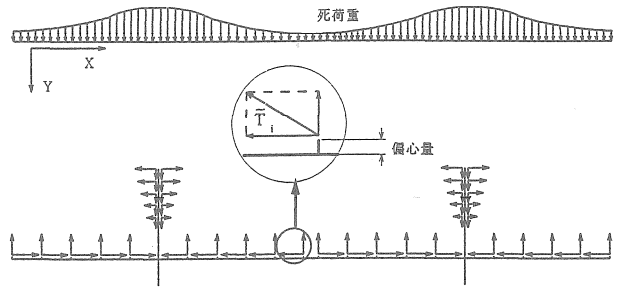


図-2.2 主桁、主塔の形状決定

2.3 Y-Z平面における形状決定

他方、本節では、全体座標系の Z 軸を橋軸直角方向に取って、 $Y-Z$ 平面における形状決定の計算手法を以下に述べる。

(1) 主桁の無応力形状

図-2.3は、斜張橋の主桁断面として最も一般的な箱形断面のモデル化を示したものである。図のように魚骨モデルとすることによって、主桁中立軸との偏心の影響を考慮したケーブルの桁側定着点に対応する各節点、および、重心位置で主桁と等価な剛性を有する梁部材の各節点の完成形状での Z 座標が与えられる。また、第 j 節点の無応力形状での Z 座標 $Z_{0,j}$ は、その完成形状での座標 \tilde{Z}_j と等しくすればよいことが解る。

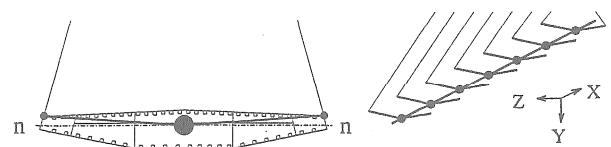


図-2.3 主桁断面のモデル化

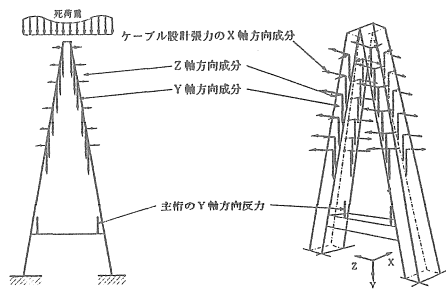


図-2.4 主塔面内の形状決定

(2) 主塔の無応力形状

図-2.4は、主塔面内の形状決定を行うための平面モデルとその載荷状態を示したものである。このモデルを設定するためには、完成形状での各節点の Z 座標、および、横梁の各部材の断面積、塔柱と横梁の各部材の断面2次モーメントを新たに与える必要がある。

塔柱の各部材の設計断面積はY座標とともに前節で既に与えられているが、図のA形主塔のように傾斜しているような場合には、部材軸に直交する平面における断面積をX-Z平面に射影したものが、図-2.2のモデルの設計断面積と一致するように換算する必要がある。

図から解るように、載荷される荷重は、全ケーブルの完成時張力のY軸、Z軸方向成分、および、主桁のY軸方向反力に対応する外荷重と、主塔の死荷重である。同様に、図のA形主塔の場合のように、各ケーブルがX-Y平面内でない場合には、桁側、塔側の両定着点に対応する節点を結ぶ各直線ケーブルの完成時張力をX、Y軸方向に射影したものが、図-2.2に示したモデルの設計張力のX、Y軸方向成分に一致するように換算する必要がある。

このようにして、対象とするモデルと載荷荷重が具体的に与えられれば、前節の式(2)においてX、x、Y、yの記号をそれぞれY、y、Z、zに置き換えた式に基づいて、有限変位解析の反復計算による形状決定を行うことによって、無応力形状での各節点のY、Z座標が求められる。なお、第j節点の無応力形状での座標 Y_{0j} については、既に前節でも求められており、両者が一致することを確かめておく必要がある。

2.4 ケーブル面内での形状決定

前節の図-2.4のA形主塔の場合のように、各ケーブルがX-Y平面内でない場合には、桁側、塔側の両定着点を含む鉛直平面内にある各直線ケーブルについて、設計張力に対応する等価な完成時張力を換算する必要があることは前述したとおりである。

しかし、これに加えて、各直線ケーブルの断面積についても、X-Z平面、および、Y-Z平面に射影したものが設計断面積のそれらと一致するようにして、設計断面積と等価なものに換算する必要がある。

したがって、このような場合には、各直線ケーブルについて、換算された等価な完成時張力、断面積、および、ケーブル長(部材長)を用いて、式(1)により無応力長を再計算しなければならない。

2.5 3次元立体モデルへの変換

前節までに述べてきたことから、各平面モデルの構造データ、および、形状決定結果を組み合わせれば、以下に述べるような不足データを追加することによって、3次元立体解析モデルに容易に変換できる。

不足データは全て剛性に関するものであり、魚骨モデルにおいては、主桁と等価な剛性を有する梁の各部材のねじり定数、および、面外の断面2次モーメントを追加する必要がある。他方、主塔に関しては、横梁と塔柱の各部材のねじり定数、および、横梁部材の面外の断面2次モーメントを追加する必要がある。

また、塔柱部材の塔面外の断面2次モーメントについては、X-Y平面モデルにおいて既に与えられており、不足データではないが、前々節の図-2.4に示したA形主

塔のように、塔柱が傾斜しているような場合には、前述の断面積の換算と同様に、適切な換算が必要である。この換算は、一方の塔柱を取り出して片持ち梁に置き換え、完成時張力のX軸方向成分に対応する外荷重を載荷して、各節点のX軸方向変位が等価になるように行えばよい。

3. リンクケーブルの形状決定

3.1 設計張力の作用状態

前章で提案した計算手法によれば、全ケーブルを直線ケーブルとした立体解析モデルの形状決定を行い、各ケーブルがX-Y平面内でない場合にも、平面モデルの微小変位解析から定められたプレストレスを含む設計張力、設計断面積と等価な完成時張力、断面積に換算することによって、所要の無応力長を算定できる。

各ケーブルを複数の軸力部材に分割してリンクケーブルに置き換え、任意方向荷重によるケーブルの弛緩の影響を考慮するためには、自重によるサグを生じた状態で、設計張力あるいはそれと等価な完成時張力の主桁、主塔への作用状態に適合する必要がある。そこで、本節では、まず、その適合すべき作用状態を明らかにする。

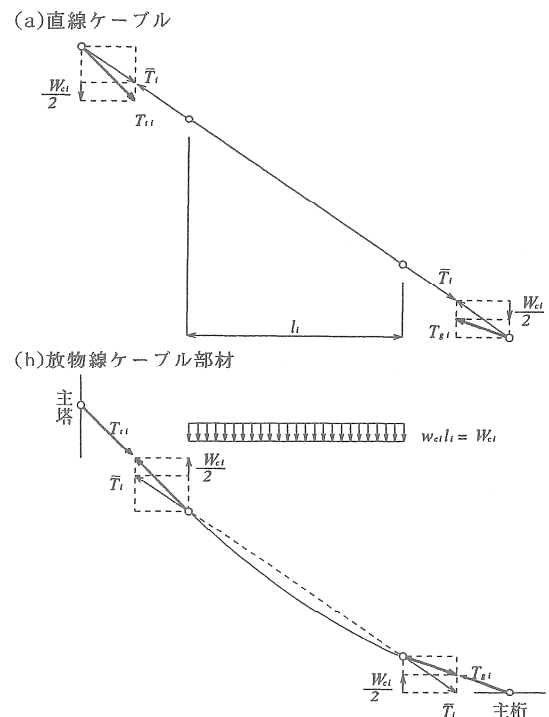


図-3.1 設計張力の作用状態

図-3.1(a)は、塔側、桁側の両定着点を含む鉛直平面内において、直線ケーブルの場合の張力と自重の作用状態を示したものである。ここに、 \tilde{T}_i が設計張力あるいはそれと等価な完成時張力に対応している。

この場合には、ケーブルの重量は総重量 W_{c1} の1/2づつを両定着点に振り分けて集中荷重として載荷されることから、 \tilde{T}_i に関する作用力との合力を図のように求めれば、塔側、桁側定着点に対応する両節点へは T_{t1} 、 T_{g1}

なる張力がそれぞれ作用することになる。

他方、図-3.1(b)は、平面解析でサグの影響を考慮するために適用される放物線ケーブル部材⁵⁾について、同様の平面内における張力と自重の作用状態を示したものである。ここに、 \tilde{T}_i が同様に設計張力あるいはそれと等価な完成時張力に対応している。

放物線ケーブルの場合には、ケーブルの総重量 W_{ci} は荷重強度 w_{ci} 、載荷長 l_i の等分布荷重として載荷されることから、塔側、桁側定着点に対応する両節点へは張力 T_{ti} 、 T_{gi} が、その位置での放物線の接線方向に、それぞれ作用することになる。

両図を対照すれば、塔側、桁側定着点に対応する両節点に作用する張力 T_{ti} 、 T_{gi} が、直線ケーブルの場合と放物線ケーブルの場合とでそれぞれ全く等価であることは明らかである。したがって、これらの両節点での張力 T_{ti} 、 T_{gi} の作用状態に適合するようにリンクケーブルの形状決定を行えば、設計条件を満足し、同時に自重によるサグも考慮できることが解る。

3.2 完成形状と無応力長

前節に従って、リンクケーブルの形状決定を行う手法を、図-3.2に示す。この図では、説明の便宜上、各ケーブルを4軸力部材に分割した場合を示しているが、この手法は、任意の分割数に対処できるものである。

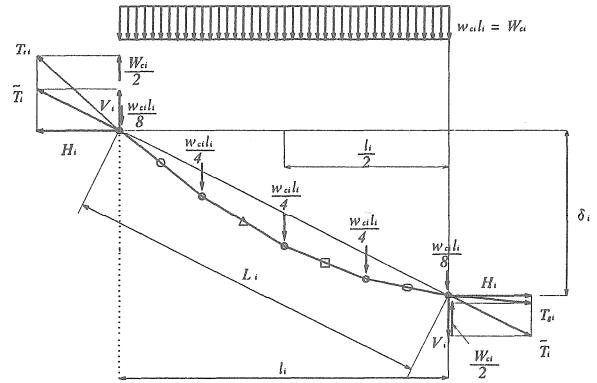
図-3.2(a)は、完成時における第*i*番目のリンクケーブルの形状、および、張力と自重の作用状態を示したものである。張力の作用状態は、図-3.1(b)における T_{ti} 、 T_{gi} と一致させている。さらに、水平射影長 l_i を等分して分割することによって、中間の各節点の水平座標が決まり、これらの中間節点と両端の節点には図のような集中荷重が載荷されることになる。

両端節点の座標は両定着点の完成時座標により既知であり、リンクケーブルの完成形状、および、構成する各軸力部材の無応力長を決定するためには、このような条件の下、中間の各節点の鉛直座標、および、各軸力部材の張力の所要値が与えられればよいことになる。

これらの所要値は解析的に求められ、図-3.2(b)はその過程を図式的に示したものである。ここに、 H_i 、 V_i は、設計張力あるいはそれと等価な完成時張力に対応する \tilde{T}_i の水平、鉛直成分をそれぞれ表わし、既知量である。この図によれば、塔側の端節点を起点に中間節点を経て桁側の端節点に至るまで、各節点に載荷された集中荷重強度に対応する各量を張力 T_{ti} の鉛直成分から順次減じていくことによって、各軸力部材の張力の鉛直成分を求めることができる。

各軸力部材の張力の水平成分は一定で、 H_i に等しい既知量であり、鉛直成分が求められれば、張力、および、傾斜角が与えられる。これにより、中間の各節点の鉛直座標、および、各軸力部材の部材長が与えられ、張力と部材長の関係から式(1)と同様にして無応力長が求められる。図-3.2(b)において、図-3.2(a)に示した各軸力

(a)完成形状



(b)図式解法

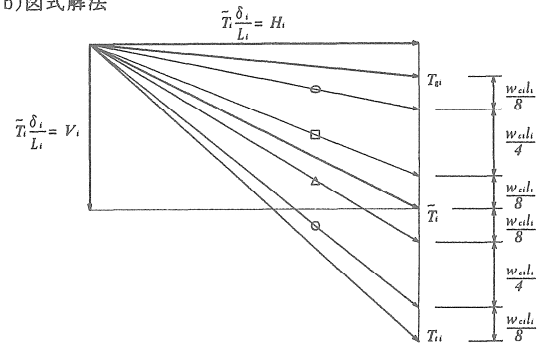


図-3.2 リンクケーブルの形状決定

部材の記号と同一の記号を付した各直線の長さが、それぞれの求められた張力値を表わしている。

このような解析的な計算手法は任意の分割数に対応した定式化、プログラム化を容易に行え、この手法を導入することによって、各ケーブルをリンクケーブルに置き換えた合理的な立体モデルによる解析が可能になる。

4. 立体有限変位解析システム

4.1 前処理プログラム

平面モデルを対象に提案した形状決定の計算手法を導入し、最小限の追加データのみによってほぼ自動的に立体モデルに変換する前処理プログラムが、前々章および前章の記述に従えば、比較的容易に開発できることは明らかである。有限変位解析ルーチンが必要であるが、平面解析については、現在、多くの場で既に自主開発が行われており、適切なものを組み込めばよい。

図-4.1は、X-Y平面での有限変位解析の反復計算による主桁、主塔の形状決定のフローチャートを示したものである。従来の手法にも対応するためには、図に示したように無応力形状として最初に算定される微小変位解析によるものを、スイッチにより選択できるようにしておく必要がある。

また、後半のフローに示したように、決定された無応力形状の主桁、主塔、および、直線ケーブルとして算定された無応力長の全ケーブルを組合わせたモデルによる有限変位解析を実行して、完成形状、および、設計張力

に対する所要の精度を満たしていることをこの段階で確かめておけば、計算の手戻りがなく効率的である。

このフローチャートに示された補助ケーブルは、全ケーブルが仮に除去された不安定な構造系の有限変位解析の収束性を高めるために設けられたもので、実ケーブルの剛性に比較してある程度小さな範囲内であれば、所定の設計条件を大きくは乱さないものと考えられる。

他方、Y-Z平面における主塔面内の形状決定のフローチャートは、ここでは図示することを省略するが、図-4.1の無応力形状の決定までのフローにおいて、補助ケーブルの取付に関するものを削除し、図中のX, x, Y, yの記号をそれぞれY, y, Z, zに置き換えたものになる。

したがって、後は、魚骨モデルの主桁の断面構成に関するデータなどを含めて、各種平面モデルを設定するために入力された構造データや、形状決定結果を組み合わせ、部材剛性を必要に応じて換算し、その不足データを追加入力することによって、立体モデルの構造データ、および、無応力形状、無応力長に変換する機能を与えればよいことになる。

さらに、このようにして得られた立体モデルの各ケーブルを直線ケーブルからリンクケーブルに置き換えるためには、分割数などを入力し、形状決定を解析的に行う機能を付与する必要がある。

このような場合、節点の追加、および、部材の分割が必要となるが、適用する立体有限変位解析コードが不連続な節点番号、部材番号を取り扱え、リナンバリング機能なども有するものであれば、容易に処理が可能である。また、リンクケーブルモデルの解析は一種の不安定問題であるが、この問題の解決策については、著者らを含めて各所で既に報告されているので省略する。

なお、X-Y平面モデルの構造データの入力作業も、平面とはいえ長大化に伴って複雑なものとなり、種々の規則性を利用した自動生成機能による省力化が不可欠である。また、入力データや、作成された平面、立体モデルの構造データなどのチェックルーチンを整備し、図化機能も駆使して、入力ミスや処理ミスによる誤計算を排除することも、前処理プログラムの重要な役割である。

4.2 有限変位解析コード

初期ひずみあるいは初期張力を考慮した部材を取り扱え、任意形式の立体骨組構造物を対象に剛体回転を除去した有限変位解析を実行できる汎用コードは、現在、数多く提供されており、ほとんどがリナンバリング機能なども有している。したがって、ケーブルの無応力長を初期ひずみなどで評価すれば、前節に述べた前処理プログラムとこれらの汎用コードとを組み合わせることによって、長大斜張橋の立体有限変位解析システムとすることが可能である。

一方、長大斜張橋のように大規模な立体骨組構造物を対象とした有限変位解析を実行できる開発コードは、弾

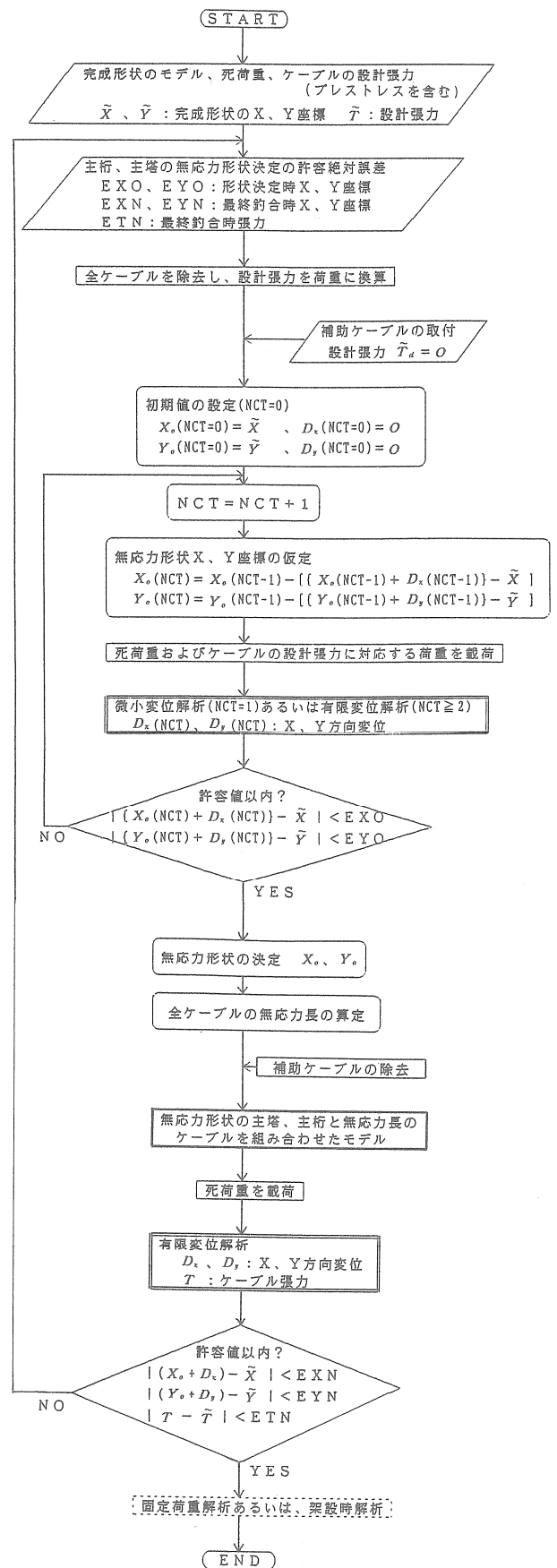


図-4.1 反復計算による形状決定のフローチャート

性範囲であっても未だ多いとはいえないが、例えば、専用ルーチンを組込むことによって架設計算などを効率よく実行できるなど、前処理プログラムを組み合わせれば、特殊な解析条件などにも、より柔軟に対処できる長大斜張橋の解析システムが得られる。次章の解析例では、著者らが自主開発コード⁶⁾を主体に開発した解析システムを適用する。

5. 試設計モデルによる解析例

5.1 試設計モデルと解析内容

本章では、図-5.1に示す中央径間長1,000mのA形主塔を有する長大斜張橋の試設計モデル⁷⁾を対象に形状決定を行って、立体解析モデルを作成し、静的な設計風荷重を載荷した立体有限変位解析結果から、提案した計算手法、および、それらを組み込んだ前処理プログラムの妥当性、有用性、および、効率性を検証する。

また、A形主塔の効果、および、ケーブルの弛緩が及ぼす影響についても把握を試みるために、A形主塔モデルに加えてH形主塔モデル、および、直線ケーブルモデルに加えて全ケーブルを水平方向に4等分したリンクケーブルモデルもそれぞれ作成することとした。

したがって、これらのモデルを組み合わせ、4種の解析モデル（以下、A形直線、A形リンク、H形直線、及び、H形リンクモデルと略称）を対象とした。さらに、風荷重載荷時の解析は、完成系のみならず、主桁中央を閉合直前の架設系に対しても行うものとした。

表-5.1に、主要な解析諸元を示す。設計風荷重⁸⁾は、完成系の基本風速を40m/sec、架設系のそれを30m/secとし、補正係数 μ_2 （主桁、ケーブル）、 μ_3 （主塔）を共に1.9として、橋軸直角方向に水平に作用させた。各部の基準高度、抗力係数、および、投影面積は、表-5.1の下段に記載した値とした。

なお、立体解析モデルの総節点数、総部材数は、直線ケーブルモデルでそれぞれ705、896、および、リンクケーブルモデルでそれぞれ1,281、1,664であった。

5.2 形状決定結果と完成時平衡状態

形状決定結果の一部を、図-5.2、図-5.3、および、表-5.2に示す。図-5.2、および、表-5.2には、これらの各部の形状決定によって与えられた無応力形状、および、無応力長を有する主桁、主塔部材、および、ケーブル部材を組み合わせた解析モデルに死荷重を載荷した状態、すなわち完成時平衡状態（最終釣合時）での解析値も併記している。

図-5.2は、主桁の無応力形状、および、最終釣合時形状について、完成形状との差異を示したものである。図-4.1のフローチャートの記号を用い、許容絶対誤差としては、座標誤差に対応する形状決定時のEX0、EY0、最終釣合時のEXN、EYNは共に1.0mm、張力誤差に対応する最終釣合時のETNは1.0tonとした。

これらの最終釣合時の許容絶対誤差は、上図に示した

反復回数NCT=3で有限変位解析による変形量から設定された無応力形状を用いた場合に満足できた。これに対して、同図に示した微小変位解析による変形量から得られた無応力形状を用いた場合には、最終釣合時において、最大で鉛直(Y軸)方向に約38mm、橋軸(X軸)方向に約13mmの主桁座標誤差、および、図示は略したが、最大で橋軸(X軸)方向に約15mmの主塔座標誤差、最大約1.5tonのケーブル張力誤差が生じた。

両者の無応力形状の差異は、図からも解るように、主桁座標において最大で鉛直(Y軸)方向に約5mm、橋軸(X軸)方向に約13mmであり、主塔座標は全く同一のものであった。また、両者による最終釣合時における主桁の軸力、曲げモーメントの差異はそれぞれ最大約9ton、約85tmと小さく、主塔の塔柱軸力の差異も最大約5tonと小さかったが、完成時にはほぼ零であるべき塔柱基部の曲げモーメントの差異は約678tmで無視できない量となった。

一方、図-5.3は、A形、H形別に、主塔面内での無応力形状を完成形状とともに示したものである。この場合の許容絶対誤差は、形状決定時での座標誤差に対応するEY0、EZ0のみであり、共に1.0mmとした。しかし、これらの許容誤差は、図に示した微小変位解析による無応力形状を用いても容易に満足され、有限変位解析の反復計算による必要性はここでは見られなかった。

さらに、表-5.2は、中央径間最上段ケーブルの完成時張力について、A形直線、A形リンク、H形直線、および、H形リンクの各解析モデル別に、形状決定によって与えられた無応力長による最終釣合時での解析値を設計値（A形主塔の場合はそれと等価な換算値、リンクケーブルの場合はそれに適合する所要値）とともに示したものである。この表から、4種の解析モデルの全てにおいて、完成時平衡状態での解析値が設計値に非常によく一致することが確かめられる。

5.3 補助ケーブルを用いた形状決定

前節で述べたように、主桁、主塔のX-Y平面での形状決定は、反復回数NCT=3で有限変位解析による変形量から設定された無応力形状を用いた場合に、最終釣合時の許容絶対誤差を満足できた。

しかしながら、その無応力形状が設定されたモデルに死荷重、および、設計張力に対応する外荷重を載荷して有限変位解析を実行したが、全ケーブルを仮に除去された不安定な構造系に対して一括載荷では非線形解が収束せず、許容絶対誤差を満たし得るかどうかを形状決定時には判断できなかった。また、許容絶対誤差を満たしていなかったとしても、次のNCT=4へ進めなかった。

このことは、より長大径間の解析モデルを対象とするような場合に、荷重を分割して載荷しないと十分な精度の無応力形状を決定できない可能性を示唆している。そのような場合には、荷重増分法を適用すればよいが、有限変位解析の反復計算を行う前処理プログラムのフローが繁雑になることは避けられない。

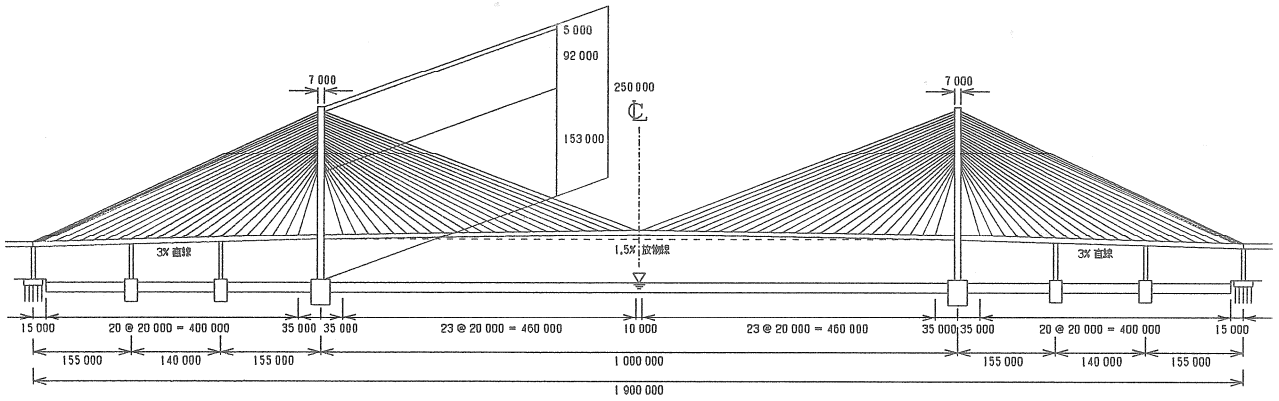


図-5.1 試設計モデルの一般図

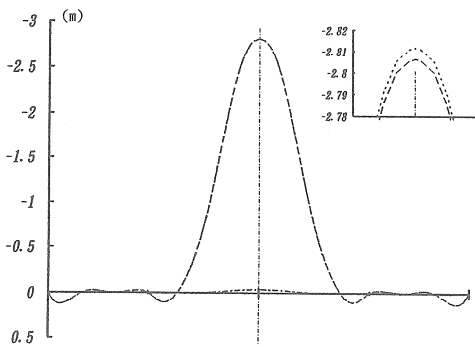
表-5.1 解析諸元

	A形直線、リンクモデル		H形直線、リンクモデル		
	主桁(全橋)	主塔(1塔柱)	主桁(全橋)	主塔(1塔柱)	
断面積 (m ²)	1.58	1.24~3.30	1.58	1.23~3.26	
ねじり定数 (m ⁴)	6.40	12.0~20.0	6.40	12.0~20.0	
断面2次モーメント	面内 (m ⁴)	2.66	10.2~24.4	2.66	10.2~24.4
	面外 (m ⁴)	150.0	12.0~45.2	150.0	11.9~44.7
断面積 (m ²)	ケーブル(片面、各段)		ケーブル(片面、各段)		
	0.006278 ~ 0.013433		0.006275 ~ 0.013430		
完成時張力 (ton)	316.098 ~ 712.088		315.968 ~ 711.930		

	主桁(全橋)	主塔(1塔柱)	ケーブル(片面、各段)
弾性係数	2.1×10^7 t/m ²	2.1×10^7 t/m ²	2.0×10^7 t/m ²
死荷重*	25.1 t/m	11.8 t/m ² × 断面	8.15 t/m ² × 断面
風荷重	基準高度	54.75 m	162.5 m
	抗力係数	0.9	1.8
	投影面積	3.0 m ²	7.0~10.0 m ²

*) 各部の死荷重の総量が、それぞれ、全てのモデルで等しくなるように換算。

(a) Y軸方向



(a) A形リンク

(b) X軸方向

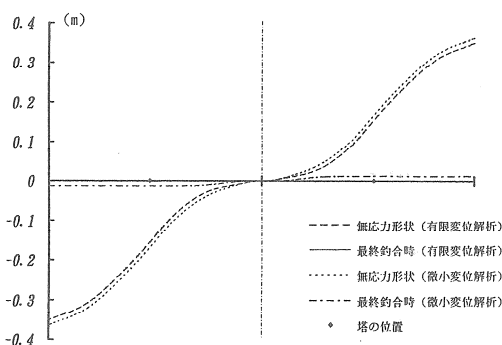


図-5.2 主桁面内の無応力形状

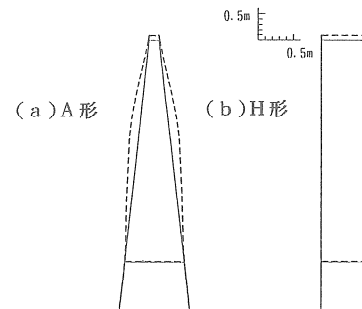


図-5.3 主塔面内の無応力力形状

表-5.2 最上段ケーブルの完成時張力

	設計値 (ton)		最終釣合時 (ton)	
	直線ケーブル	リンクケーブル	直線ケーブル	リンクケーブル
A形主塔	661.945	669.910	661.973	669.912
		664.532		664.537
		659.428		659.436
		654.604		654.613
H形主塔	661.800	669.763	661.820	669.774
		664.386		664.398
		659.283		659.296
		654.460		654.473

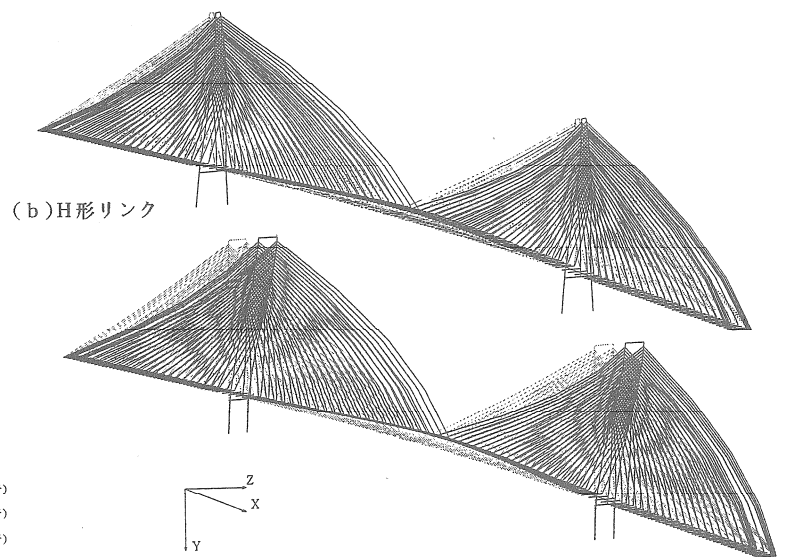


図-5.4 設計風荷重載荷時の変形状態

凡 例

— A形直線	— A形直線 (架設系)
- - - A形リンク	- - - A形リンク (架設系)
- - - H形直線	◆ 塔の位置
⋯ H形リンク	

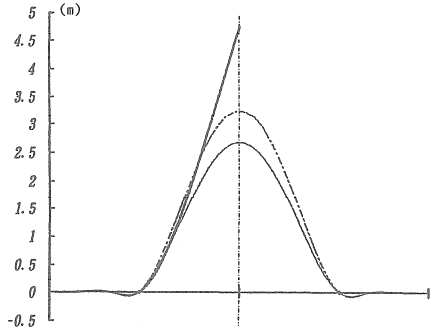


図-5.5 主桁の橋軸直角(Z軸)方向変位

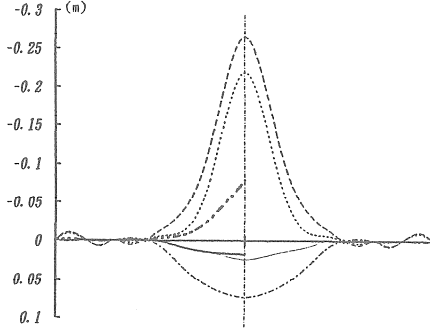


図-5.6 主桁の鉛直(Y軸)方向変位

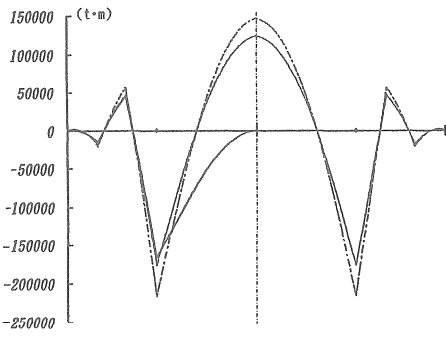
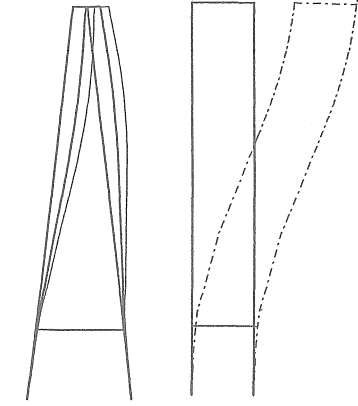
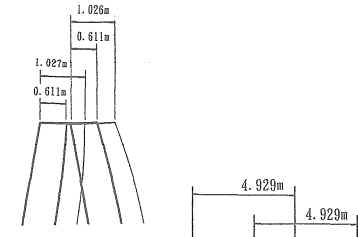


図-5.7 主桁の面外曲げモーメント

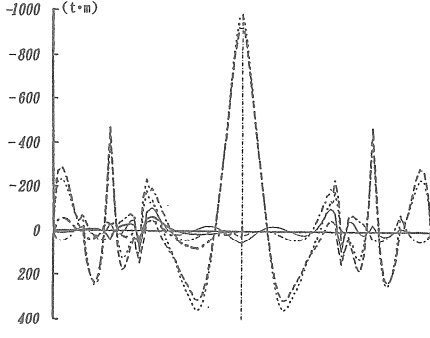


図-5.8 主桁の面内曲げモーメント

図-5.9 主塔の橋軸直角(Z軸)方向変位

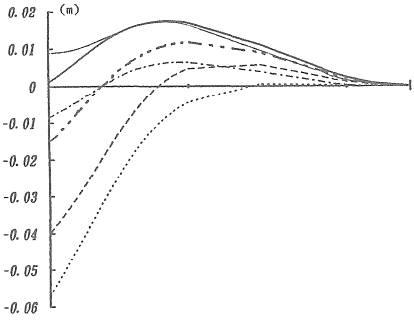


図-5.10 主塔の橋軸(X軸)方向変位

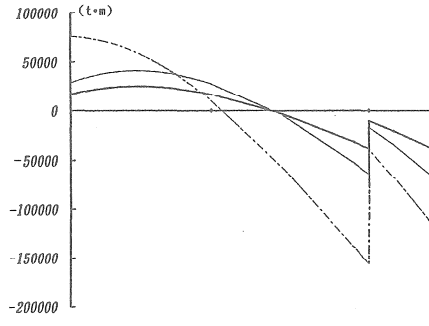


図-5.11 主塔の面内曲げモーメント(風上側)

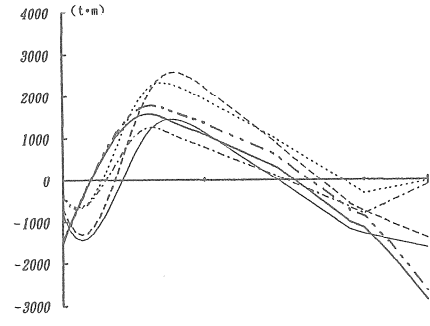


図-5.12 主塔の面外曲げモーメント(風上側)

表-5.3 着目節点の変位, および, 着目部材の断面力

	橋軸直角方向変位 (m)					橋軸方向変位 (m)		主桁の曲げモーメント (tm)				
	主桁		主塔		最上段ソリッドケーブル		主塔		主桁面外		主桁面内	
	桁中央	風上塔頂	風下塔頂	風上中央	風下中央	風上塔頂	風下塔頂	中間支点	桁中央	中間支点	桁中央	
A形直線 (完成系)	2.6760	1.0266	1.0263	—	—	0.0089	0.0111	-176872.8	124941.7	118.5	54.9	
A形リンク (完成系)	2.6826	1.0266	1.0263	6.0435	5.7486	-0.0400	-0.0378	-177083.1	124768.4	175.7	-905.8	
H形直線 (完成系)	3.2408	4.9284	4.9284	—	—	-0.0085	0.0287	-216371.0	147150.0	156.3	23.9	
H形リンク (完成系)	3.2502	4.9289	4.9289	8.2271	7.9615	-0.0571	-0.0219	-216579.2	147083.0	213.4	-946.9	
A形直線 (架設系)	4.7455	0.6112	0.6112	—	—	0.0011	-0.0048	-166837.1	0.0	54.9	0.0	
A形リンク (架設系)	4.7482	0.6114	0.6113	4.7249	4.7564	-0.0153	-0.0213	-166857.6	0.0	74.9	0.0	
	鉛直方向変位 (m)			最上段ケーブルの張力変動 (ton)				主塔の曲げモーメント (tm)				
	主桁		最上段ソリッドケーブル	桁側定着点		塔側定着点		主塔面内		主塔面外		
	桁中央	風上中央	風下中央	風上	風下	風上	風下	風上基部	風下基部	風上中間	風下中間	
A形直線 (完成系)	0.0237	—	—	-30.029	29.744	-30.029	29.744	-66375.5	-64543.7	1446.4	-1327.0	
A形リンク (完成系)	-0.2645	0.0165	-0.3857	-16.425	32.258	-17.011	32.970	-66380.0	-64534.8	2567.4	-86.0	
H形直線 (完成系)	0.0736	—	—	-27.510	25.211	-27.510	25.211	-115187.7	-114775.9	1060.1	-569.1	
H形リンク (完成系)	-0.2182	-0.1037	-0.1375	-14.843	28.977	-14.977	28.875	-115203.9	-114793.2	2252.2	747.5	
A形直線 (架設系)	0.0174	—	—	6.124	-5.989	6.124	-5.989	-38585.3	-37956.5	1356.0	-1350.2	
A形リンク (架設系)	-0.0783	-0.1334	0.0532	4.183	-7.665	4.046	-8.549	-38587.5	-37958.1	1603.4	-1215.3	

そこで、図-4.1のフローチャートに示しておいたような補助ケーブルの適用を考え、仮に除去された全ケーブルと同位置に、実ケーブルとの断面積比 α を4段階(0.01, 0.01, 0.1, 1.0)に変化させた直線ケーブルを取付け、各々の段階の場合について形状決定を行った。ただし、各補助ケーブルの完成時平衡状態での張力(図-4.1における設計張力 \tilde{T}_0)が零となる必要があり、無応力長は完成形状における部材長と等しい値とした。

その結果、この方法を中央径間長500m級の解析モデルに適用した過去における著者らの経験とは異なり、本解析モデルのような規模の場合、断面積比 α が小さい段階では有限変位解析の非線形解の収束性は改善されず、形状決定時、および、最終釣合時の許容絶対誤差をともに満足できたのは、 $\alpha=0.1$ の段階であった。

しかし、 α の値が大きくなるに従い、無応力長が固定された補助ケーブルの存在によって、無応力形状の正、負の補正量が交互に繰り返し与えられ、反復計算そのものの収束性の問題が生じた。その問題によって、 $\alpha=0.1$ では、NCT=12の反復回数を要し、 $\alpha=1.0$ に至っては、反復計算が収束しなかった。

$\alpha=0.1$ の場合と、図-5.2に示した補助ケーブルを用いない場合とを比較した結果、完成形状に対する無応力形状の鉛直(Y軸)方向への上げ越し量は主桁中央において約1,530mmで約1,276mm小さくなり、最終釣合時には、主桁で最大約1,372tm、主塔の塔柱基部で約3,603tmの曲げモーメントの大きな差異を生じることが解った。

補助ケーブルによる方法が有効なのは、所定の設計条件における断面力分布を大きく乱さない程度に断面積比 α が十分小さい場合であり、 $\alpha=0.1$ での形状決定結果は、明らかにそれに該当しないが、プレストレスを含む設計張力と完成形状の同一条件を満足する無応力形状が複数存在することを意味している。

なお、参考のために、所要の無応力長を与えられた全ケーブルを取付けたままで、設計張力に対応する荷重を載荷しない状態での形状決定も行ったが、補助ケーブルを用いた場合とほぼ同様の結果が得られた。

5.4 風荷重載荷時の立体有限変位解析

著者らが開発した前処理プログラムを適用することによって、前々節に示した主桁、主塔、および、ケーブルの形状決定結果を組み合わせ、不足データを追加することにより、ほぼ自動的に立体解析モデルに変換できた。その結果、4種の解析モデル(A形直線、A形リンク、H形直線、および、H形リンク)の全てにおいて、所定の設計条件を満足する完成時の平衡状態が得られた。

これらの解析モデルの完成系、架設系を対象に、静的な設計風荷重を載荷して立体有限変位解析を実行した結果の一部を、図-5.4~図-5.12、および、表-5.3に示す。

ここに、図-5.4は、A形、H形主塔のリンクケーブルモデルの変形状態を示したものである。図-5.5~図-5.8は、4種の解析モデル(凡例参照)の主桁の橋軸直角(Z

軸)方向、鉛直(Y軸)方向変位、および、面外、面内曲げモーメントを示したものである。

他方、図-5.9~図-5.12は、4種の解析モデルの主塔の橋軸直角(Z軸)方向、橋軸(X軸)方向変位、および、塔面内、塔面外曲げモーメントを示したものである。さらに、表-5.3は、各解析モデルにおける着目節点の各種変位、および、着目部材の各種断面力の値を表記したものである。これらの図表から、次のことが解る。

まず、A形主塔は、H形主塔に比べて、風荷重の作用方向に対応する主桁の中央点での橋軸直角方向変位、中間支点での面外曲げモーメントをともに20%程度、および、主塔の塔頂での橋軸直角方向変位を80%程度、塔柱基部での塔面内曲げモーメントを40%程度、それぞれ大幅に低減できることが解る。

したがって、ねじり振動数への寄与に加えて、主桁の面外変形と主塔の面内変形を拘束する効果があることは明らかであり、長大化に伴って風荷重を含む荷重組合せの状態で設計断面が決定されるような場合には、動的設計上のみならず静的設計上からも大きな効果を期待できるものと考えられる。

他方、直線ケーブルモデルとリンクケーブルモデルとの比較から、ケーブルの弛緩が及ぼす影響は、完成系、架設系ともに、風荷重の作用方向に対応する主桁の面外変形、および、主塔の面内変形にはほとんど現れず、主桁の橋軸直角方向変位で最大10mm程度、面外曲げモーメントで最大200tm程度の差異、さらに、主塔についてはより小さい差異でしかないことが解る。

これに対して、主桁の鉛直方向変位には最大-300mm程度、面内曲げモーメントには最大-1,000tm程度、および、主塔の橋軸方向変位には-50mm程度、塔面外曲げモーメントには1,200tm程度の無視できない差異をそれぞれもたらすことが解る。これらの曲げモーメントは、主桁の面外変形あるいは主塔の面内変形によるものに比較して小さな値であるが、対応する断面係数の値が小さく、応力値としては無視できない量である。

リンクケーブルの橋軸直角方向の面外変形は大きく、張力変動にも直線ケーブルとの差異が見られる。また、リンクケーブルの場合、主桁とケーブルの各々の中央点の鉛直方向変位、および、主桁の面内曲げモーメントともに負の値で、上方に浮上がる変形を生じている。これらのことから、上述のような差異は、ケーブルの橋軸直角方向の弛緩によって、桁側、塔側の両定着点を結ぶ方向に、主桁、主塔が互いに引き込まれることによるものと考えられる。

6. 結言

前章までに述べてきたことなどから、長大斜張橋の立体有限変位解析のために提案した計算手法などの妥当性、有用性、および、効率性について、さらには、A形主塔が静的設計に及ぼす効果や、ケーブルの弛緩の影響等に

ついて、次のようなことがいえる。

(1)平面モデルを対象とした有限変位解析の反復計算によって立体解析モデルの主桁、主塔の無応力形状を算定する計算手法は、従来のように微小変位解析による変形量から算定されたものをそのまま用いる場合とは異なり、所定の完成形状、および、プレストレスを含むケーブルの設計張力に対して十分な精度を確実に満足する形状決定を行うことができる。

(2)リンクケーブルの形状決定を平面問題として解析的に計算する手法によれば、直線ケーブルと考え微小変位解析から定められた設計張力的主桁、主塔への作用状態のみならず、サグを考慮し放物線ケーブル部材とした場合の作用状態にも適合する解析モデルを作成でき、任意方向荷重によるケーブルの弛緩の影響を考慮した立体有限変位解析を設計計算に十分な精度で実行できる。

(3)補助ケーブルや、全ケーブルを取付けた状態での主桁、主塔の形状決定は反復計算そのものの収束性の問題を新たに生じるばかりか、無応力形状の収束値は、完成形状と設計張力の条件については当然満足するが、完成時曲げモーメント分布を大きく乱す結果となる。このことは、完成形状と設計張力の同一条件を満足する無応力形状が複数存在していることを意味している。

(4)平面モデルを対象とした主桁、主塔、および、リンクケーブルの形状決定の計算結果を組み合わせ、平面モデルの構造データに最小限のデータを追加するのみで立体モデルにほぼ自動的に変換する前処理プログラムは比較的容易に開発でき、平面解析を経て立体解析に至る場合や、任意形式の立体構造物を対象とした汎用コードなどを使用する場合には有用かつ効率的である。

(5)A形主塔は、H形主塔に比べて、設計風荷重作用時における主桁の橋軸直角方向変位、面外曲げモーメント、および、主塔の橋軸直角方向変位、面内曲げモーメントなどをかなり低減でき、長大化に伴って風荷重を含む荷重組み合わせの状態で設計断面が決定されるような場合には、動的設計上のみならず静的設計上からも大きな効果を期待できる。

(6)設計風荷重作用時におけるケーブルの弛緩の影響は、完成系、架設系ともに、その作用方向である橋軸直角方向の変形にはほとんど現れず、主桁の鉛直方向変位、面内曲げモーメント、および、主塔の橋軸方向変位、面外曲げモーメントなどに無視できない差異をもたらす。これは、ケーブルの橋軸直角方向の弛緩によって、桁側、

塔側の両定着点を結ぶ方向に、主桁、主塔が互いに引き込まれることによるものと考えられる。

なお、主桁、主塔の形状決定の反復計算において、全ケーブルを仮に除去した不安定な構造系を対象に実行される有限変位解析の収束性の問題については、未解決であり、今後に残された課題といえる。

また、ここでは、汎用コードへの適用も考え、前処理プログラム開発の容易さなどから、平面モデルを対象とした形状決定結果を組み合わせ、実用上十分な精度で立体モデルに変換することを提案したが、厳密には立体モデルを対象とした形状決定によるべきであることは言うまでもない。

最後に、当時、東京都立大学工学部土木工学科の卒業研究生であった、今井賢文氏(鹿島建設)、大井孝晃氏(蟹鴻池組)、および、現在、大学院生の保坂俊晃君、佐藤廣直君らによる解析データの作成・整理などへの協力に対し、謝意を表したい。また、特にプログラム面から、常に適切な助言を戴いた、山野長弘氏(川田テクノシステム)に対しても心より謝意を表したい。

参考文献

- 1) 前田研一・内海 靖・斎藤道生：斜張橋の設計支援システムと施工管理システム，第10回電算機利用に関するシンポジウム講演集，1985。
- 2) 野村国勝・中崎俊三・内海 靖・前田研一・斎藤道生：吊橋・斜張橋の設計架設計算プログラムシステム，橋梁，Vol. 21, No. 5~9, 11, 12, 1985, Vol. 22, No. 2, 3, 1986。
- 3) 前田幸雄・林 正・前田研一：斜張橋の設計における非線形問題，第23回構造工学シンポジウム講演集，1978。
- 4) 前田幸雄・林 正・中村 守：増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法，土木学会論文報告集，No. 223, 1974。
- 5) 前田幸雄・林 正・前田研一：サグを考慮したケーブル部材の計算式，土木学会論文集，No. 257, 1977。
- 6) 前田幸雄・林 正：立体骨組構造物の有限変位解析，土木学会論文報告集，No. 253, 1976。
- 7) 星埜正明・宮田利雄：長大斜張橋(支間1,000m)の試設計，橋梁と基礎，建設図書，Vol. 24, No. 2, 1990。
- 8) 本州四国連絡橋公団：本州四国連絡橋耐風設計基準(1993)・同解説，平成6年3月。

(1994年9月14日受付)