Architectural Institute of Japan

【カテゴリーII】

日本建築学会構造系論文集　第590号，129-136，2005年4月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, No. 590, 129-136, Apr., 2005

線形座屈解析を用いた鋼構造平面骨組の座屈設計

その2　地震荷重に対する定式化とブレース付骨組への適用

STABILITY DESIGN OF PLANE STEEL FRAMES USING LINEARIZED BUCKLING ANALYSIS

Part 2　Formulation for earthquake loading and application to a braced frame

荒木慶一*1，高木次郎*2，上谷宏二*3
Yoshikazu ARAKI, Jiro TAKAGI and Koji UETANI

We formulate a stability design procedure for plane steel frames subject to combination of vertical and earthquake loadings. The formulation is an extension of the basic framework for stability design using the linearized buckling analysis presented in Part 1 of this paper. Interaction of axial force and bending moment is taken into account, which is not negligible in the case of the combined loadings. In the numerical example, a braced frame with a slender column is designed in accordance with the current design code and the proposed method. Comparison of the design results demonstrate the possibility of reducing member sizes by the use of the present method. We also show the validity of the estimate of the inelastic buckling load obtained by the present approach by comparing it with the buckling load computed by the finite element method.

Keywords: *linearized buckling analysis, plane steel frame, stability design, earthquake loading, combination of axial force and bending moment*
線形座屈解析，平面鋼構造骨組，座屈設計，地震荷重，圧縮－曲げ組合せ応力

1　序

より合理的な鋼構造設計法の構築へ向けて，現行座屈設計法には解決すべき課題が残されており，このような課題を解決するための取組みが行われている[1-10]．現行座屈設計法を含め，これらの取組みで提案された座屈耐力の評価法の特徴を表1に示す．現行座屈設計法[1-4]では，まず，節点の水平移動（スウェイ）の有無に応じて各部材の座屈長さを算定する．次に，得られた座屈長さを，個材の実験式に基づき定められた座屈強度曲線へ代入し，座屈耐力を評価する．断面の部分的塑性化や残留応力および形状初期不整等の不確定要因の影響は，座屈長さに応じた安全率により考慮される．三谷ら[5]は，吹抜けがある骨組など荷重や部材配置が不規則な場合に，現行設計法では座屈耐力を的確に評価できないことを指摘し，これを解決するための手法を提示した．

現行座屈設計法など個材の座屈長さを用いる手法では，周辺部材による変形の拘束の影響を考慮する際に，スウェイの有無などの場合分けが多くなり，設計法が煩雑になることが問題といえる．幾何非線形を考慮した塑性ヒンジ法では，弾性・非弾性座屈ともに骨組全体として座屈耐力を評価するため，この種の問題はないが，断面の部分的塑性化や残留応力の影響を直接評価できない[2,6,7]．Chenら[7]は断面力に応じて接線剛性を低下させることにより，塑性ヒンジ法においてもこれらの影響を間接的に考慮することを試みている．また，有限要素法では残留応力や不整等の効果を考慮した上で骨組全体の座屈耐力を精算できるが，不整や降伏応力等の不確定要因をどのように扱うかの指針が明確でない[2,6,7]．

著者らは前報[8]で線形座屈解析を用いた既存の座屈設計法[9,10]の問題点を整理し，より合理的な座屈設計法の基本的枠組を提示した．本手法は，スウェイの有無による分類が不要である点に特徴がある．本手法では，非弾性座屈に関しては，座屈長さを介した評価を行うため，変形が個材に集中する個材座屈しか扱えない．しかし，弾性座屈に関しては，骨組全体を対象に線形座屈解析を行うので，複数部材の変形が連成する連成座屈や骨組全体が変形する座屈モードを持つ全体座屈を扱うことができる．この点も本手法の特徴である．建築物の一次設計では，各部材の余裕率の把握の簡便さや計算時間の制約などから，非線形解析を行うことなく設計が行えることが望ましい．与えられた骨組の座屈耐力の検定において，線形応力解析と線形座屈解析を一度行うのみで良い本手法は，このような場合の設計に適している．

前報では，長期（鉛直）荷重を受ける鋼構造平面骨組を対象として提案座屈設計法を定式化した．また，吹き抜けを持つ純ラー

*1 京都大学大学院建築学専攻　助教授・博士(工学)　Assoc. Prof., Department of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.
*2 スタンフォード大学土木環境工学科　大学院生・修士(工学)　Graduate Student, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, M. Eng.
*3 京都大学大学院建築学専攻　教授・工博　Prof., Department of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

表1　座屈耐力の評価法の分類と各手法の特徴

	(現行) 座屈長さ[1-4]	(修正) 座屈長さ[5]	線形座屈解析＋座屈長さ[8]	塑性ヒンジ法	(修正) 塑性ヒンジ法[7]	有限要素法
不規則骨組	×	○	○	○	○	○
スウェイ有無の分類	要	要	不要	不要	不要	不要
弾性座屈	個材	個材	全体	全体	全体	全体
弾塑性座屈	個材	個材	個材	全体	全体	全体
部分的断面塑性化	△*	△*	△*	×	△**	○
残留応力	△*	△*	△*	×	△**	○
形状初期不整	△*	△*	△*	○	○	○

△* 座屈強度曲線を用いることにより間接的に考慮可能，△** 接線剛性の低下により間接的に考慮可能

メン骨組の設計例を通じて，既存の手法と提案手法による設計のプロセスと結果の比較を行った．本論文では，前報で提案した基本的枠組に基づき，鉛直荷重と地震荷重の複合荷重，つまり短期荷重に対する検定について定式化を行う．長期荷重の場合は考慮する荷重が鉛直荷重のみであったのに対し，短期荷重の場合は鉛直荷重と長期荷重の組合わせを考える必要があるため，長期荷重の場合と比べて注意深い定式化が必要となる．また，短期荷重時は柱やブレースにおいて，無視できない曲げモーメントが作用する可能性があるため，本論文では圧縮力と曲げモーメントの組合わせ応力に対する検討についても定式化を行う．短期荷重時の座屈に対する検討は特にブレース付骨組において重要であるので，本論文では吹き抜けを持つブレース付骨組に提案手法を適用した例について検討を行う．また，前報では今後の課題としていた，有限要素法との結果の比較による提案手法の妥当性の検証を行う．

2　線形座屈解析を用いた座屈設計法

2.1　荷重条件と線形座屈解析

前報では「長期荷重に対する検討」に対応する座屈設計法を提案した．本報では「地震荷重に対する検討」に対応する座屈設計法を提案する．比較のため，「長期荷重に対する検討」に対応する座屈設計法についても併記する．長期荷重検討時と短期荷重検討時のそれぞれに対応する比例荷重 $\mathbf{F}^{\mathrm{L}},\mathbf{F}^{\mathrm{S}}$ を以下のように定義する．

$$\mathbf{F}^{\mathrm{L}}=\Lambda^{\mathrm{L}}\mathbf{P}^{\mathrm{L}},\quad \mathbf{F}^{\mathrm{S}}=\mathbf{P}^{\mathrm{L}}+\Lambda^{\mathrm{S}}\mathbf{P}^{\mathrm{E}} \tag{1}$$

ここで固定荷重を $\mathbf{P}^{\mathrm{L}}$，地震荷重を $\mathbf{P}^{\mathrm{E}}$ とする[注1]．Λ^{L} と Λ^{S} は荷重係数であり，$\Lambda^{\mathrm{L}}=\Lambda^{\mathrm{S}}=1$ の場合に $\mathbf{F}^{\mathrm{L}}$ と $\mathbf{F}^{\mathrm{S}}$ は設計用荷重と一致する．以下では $\mathbf{F}^{\mathrm{L}}$ と $\mathbf{F}^{\mathrm{S}}$ に対応する変数を上添え字のLとSを用いてあらわす．骨組全体の初期剛性行列を $\mathbf{K}_0$ とすると，固定荷重時と地震荷重時の釣合式は以下のように表せる．

$$\mathbf{P}^{\mathrm{L}}=\mathbf{K}_0\mathbf{U}^{\mathrm{L}},\quad \mathbf{P}^{\mathrm{E}}=\mathbf{K}_0\mathbf{U}^{\mathrm{E}} \tag{2}$$

ここで $\mathbf{U}^{\mathrm{L}}$ と $\mathbf{U}^{\mathrm{E}}$ は $\mathbf{P}^{\mathrm{L}}$ と $\mathbf{P}^{\mathrm{E}}$ に対応する変位である．これらの釣合式を解いて得られる軸力を $\mathbf{n}^{\mathrm{L}},\mathbf{n}^{\mathrm{E}}$ とする．$\mathbf{n}$ は第 j 部材の軸力（引張を正とする）を第 j 成分に持つベクトルである．系の幾何剛性行列 $\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n})$ は $\mathbf{n}$ に関する線形関数であるので，各荷重に対応する線形座屈問題は以下の一般固有値問題として定式化できる．

$$\left(\mathbf{K}_0+\Lambda^{\mathrm{L}}\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n}^{\mathrm{L}})\right)\mathbf{q}^{\mathrm{L}}=\mathbf{0},\quad \text{長期荷重} \tag{3}$$

$$\left(\mathbf{K}_0+\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n}^{\mathrm{L}})+\Lambda^{\mathrm{S}}\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n}^{\mathrm{E}})\right)\mathbf{q}^{\mathrm{S}}=\mathbf{0},\quad \text{短期荷重} \tag{4}$$

これらの固有値問題の解として座屈荷重係数 $\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)},\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}$ と座屈モード $\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)},\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}$ を求めることができる．本論文では括弧つきの上添え字の (i) は第 i 次の座屈モードに関する変数であることを示す．

2.2　提案座屈設計法の概要

提案座屈設計法の概要を以下にまとめる．

1. 全部材で圧縮応力度が材料の降伏応力度 F のみから決まる許容圧縮応力度（$=F/1.5$：長期荷重検討時，$=F$：短期荷重検討時）以下であることを確認
2. $\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}\le\bar{\Lambda}^{\mathrm{L}},\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}\le\bar{\Lambda}^{\mathrm{S}}$ を満たす次数の**設計用許容荷重係数** $\Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{L}(i)},\Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{S}(i)}$ が設計用荷重係数1以上であることを確認

ここで $\bar{\Lambda}^{\mathrm{L}},\bar{\Lambda}^{\mathrm{S}}$ は考慮する座屈荷重係数の最大値である．

設計用許容荷重係数 $\Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{L}(i)},\Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{S}(i)}$ は以下のように弾性座屈荷重係数 $\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)},\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}$ に低減率 $\beta^{\mathrm{L}(i)},\beta^{\mathrm{S}(i)}$ をかけたものとして定義する．

$$\Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{L}(i)}=\beta^{\mathrm{L}(i)}\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)},\quad \Lambda_{\mathrm{a}}^{\mathrm{S}(i)}=\beta^{\mathrm{S}(i)}\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)} \tag{5}$$

低減率を求めるために，まず，曲げ剛性の変化が各次数の座屈荷重係数の変化に大きな影響を持つ部材として**座屈関連部材**を選択する．長期荷重に対しては，第 i 次の座屈荷重係数 $\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}$ に関して選択された全ての座屈関連部材に対して低減率を計算し，この中で最小のものを第 i 次の低減率 $\beta^{\mathrm{L}(i)}$ とする．短期荷重に対する低減率 $\beta^{\mathrm{S}(i)}$ も同様に計算する．低減率を計算する際に，座屈荷重時の圧縮応力度から逆算して得られる有効細長比を利用する．

本論文では $\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}\le\bar{\Lambda}^{\mathrm{L}},\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}\le\bar{\Lambda}^{\mathrm{S}}$ を満たす座屈荷重係数に対して座屈関連部材として選ばれない部材を**非座屈関連部材**と呼ぶ．非座屈関連部材に関しては，座屈に対する検討を行う必要はないと考え，材料の降伏応力度 F のみから定まる許容応力度（$=F/1.5$：長期荷重検討時，$=F$：短期荷重検討時）以下であることを確認する．

2.3　設計用許容荷重係数

部材曲げ剛性の変化が座屈荷重係数の変化に大きな影響を及ぼす部材を座屈関連部材として選択する．具体的には，座屈荷重係数の部材の曲げ剛性に関する感度係数を用いて座屈関連部材を選択する．第 j 部材の曲げ剛性を $\alpha_j EI_j$ で表す．第 i 次の座屈荷重係数の α_j に関する感度係数を次式の近似式により評価する[注2]．

$$\frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}}{\partial\alpha_j}\approx-\frac{\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)\mathrm{T}}\mathbf{K}_{0,j}\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}}{\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n}^{\mathrm{L}})\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}},\quad \frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}}{\partial\alpha_j}\approx-\frac{\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)\mathrm{T}}\mathbf{K}_{0,j}\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}}{\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{G}}(\mathbf{n}^{\mathrm{E}})\mathbf{q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}} \tag{6}$$

感度係数の評価は $\alpha_j=1$ において行なう．第 i 次の座屈モードに対応する座屈関連部材の部材番号の集合 $\Omega^{\mathrm{L}(i)},\Omega^{\mathrm{S}(i)}$ は，$\gamma^{\mathrm{L}},\gamma^{\mathrm{S}}$ を閾値として次式を満たす j の集合として求める．

$$\left|\frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}}{\partial\alpha_j}\right|>\gamma^{\mathrm{L}}\max_{j\in\Omega^0}\left|\frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}(i)}}{\partial\alpha_j}\right|,\quad \left|\frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}}{\partial\alpha_j}\right|>\gamma^{\mathrm{S}}\max_{j\in\Omega^0}\left|\frac{\partial\Lambda_{\mathrm{e}}^{\mathrm{S}(i)}}{\partial\alpha_j}\right| \tag{7}$$

ここで Ω^0 は全部材の部材番号の集合である．

NII-Electronic Library Service

第 i 次モードの第 j 座屈関連部材の有効細長比 $\lambda_j^{L(i)}, \lambda_j^{S(i)}$ を次式で定義する．ここで圧縮応力度を $\sigma_{cj} = -n_j/A_j$ とする．

$$\lambda_j^{L(i)} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\Lambda_e^{L(i)}\sigma_{cj}^L}}, \quad \lambda_j^{S(i)} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{cj}^L + \Lambda_e^{S(i)}\sigma_{cj}^E}} \tag{8}$$

短期荷重検討時の座屈時の応力度 f_e は以下のように求められる．

$$f_e(\lambda_j^{S(i)}) = \sigma_{cj}^L + \Lambda_e^{S(i)}\sigma_{cj}^E \tag{9}$$

また，許容応力度 f_c^S について次式が成立する．

$$f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) = \sigma_{cj}^L + \Lambda_a^{S(i)}\sigma_{cj}^E = \sigma_{cj}^L + \tilde{\beta}_j^{S(i)}\Lambda_e^{S(i)}\sigma_{cj}^E \tag{10}$$

これらの有効細長比と座屈荷重時の圧縮応力度および許容圧縮応力度の関係を用いて，第 j 部材の低減率は以下のように求められる．

$$\tilde{\beta}_j^{L(i)} = \frac{f_c^L(\lambda_j^{L(i)})}{\Lambda_e^{L(i)}\sigma_{cj}^L}, \quad \tilde{\beta}_j^{S(i)} = \frac{f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L}{f_e(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L} \tag{11}$$

骨組全体の低減率は以下のように求める．

$$\beta^{L(i)} = \min_{j\in\Omega^{L(i)}} \tilde{\beta}_j^{L(i)}, \quad \beta^{S(i)} = \min_{j\in\Omega^{S(i)}} \tilde{\beta}_j^{S(i)} \tag{12}$$

これを式 (5) に代入する事により，設計用許容荷重係数が得られる．

2.4 考慮する座屈荷重係数の上限

一般に，有効細長比が非常に小さい部材は使用頻度が低く，塑性化による座屈耐力の低下も小さい．本提案手法ではこのことに着目し，有効細長比がある閾値 $\bar{\lambda}$ より小さい部材に関しては，設計荷重時の圧縮応力度が降伏応力度 F のみから定まる許容応力度以下であることを確認すれば良いと考える．長期荷重検討時と短期荷重検討時において考慮する座屈荷重係数の上限を，それぞれ $\bar{\Lambda}^L$ と $\bar{\Lambda}^S$ とする．この時 $\bar{\Lambda}^L$ と $\bar{\Lambda}^S$ は $\bar{\lambda}$ の指定値に応じて定まる．前報では，長期荷重検討時は $\bar{\Lambda}^L = f_e(\bar{\lambda})/f_c^L(\bar{\lambda})$ と定まることを誘導した．本節では短期荷重検討時における上限 $\bar{\Lambda}^S$ を誘導する．簡単のため $\Lambda_e^{S(i)} > 0$ の場合のみ考えるが，$\Lambda_e^{S(i)} < 0$ の場合も同様である．

$\Lambda_e^{L(i)} \le \bar{\Lambda}^L$，$\Lambda_e^{S(i)} \le \bar{\Lambda}^S$ を満たす座屈荷重係数に対して座屈関連部材として選ばれない部材，つまり非座屈関連部材は，有効細長比が非常に小さい部材か，もしくは設計荷重時の圧縮応力が非常に小さい部材である．提案手法では，前述のように有効細長比がある閾値より小さい部材に関しては，設計荷重時の圧縮応力度が降伏応力度 F のみから定まる許容応力度以下であることを確認する．一方，非座屈関連部材の中で有効細長比が閾値より大きい部材については，設計荷重時の圧縮応力度が必ず細長比から定まる許容応力度以下となるように，$\bar{\Lambda}^L$ と $\bar{\Lambda}^S$ を設定する．

非座屈関連部材において，短期荷重考慮時の有効細長比 $\lambda_j^{S(i)}$ が閾値 $\bar{\lambda}$ より大きい場合，つまり $\lambda_j^{S(i)} > \bar{\lambda}$ の場合に，以下の短期荷重時の検討式が常に満たされるような $\bar{\Lambda}^S$ を求める問題を考える．

$$\sigma_{cj}^L + \sigma_{cj}^E \le f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) \tag{13}$$

長期荷重に対する検討は既に済んでいるとし，$f_c^L(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L > 0$ を仮定する[注 3)]．この不等式と式 (9) を用いて σ_{cj}^E を消去する事により，式 (13) を以下のように変形できる．

$$\Lambda_e^{S(i)} \ge \frac{f_e(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L}{f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L} \tag{14}$$

$\lambda_j^{S(i)} > \bar{\lambda}$ の場合は $f_e(\bar{\lambda}) - f_e(\lambda_j^{S(i)}) > f_c(\bar{\lambda}) - f_c(\lambda_j^{S(i)})$ であるので

$$\frac{f_e(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L}{f_c^S(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L} > \frac{f_e(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L}{f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L} \tag{15}$$

が成立する．よって，$\Lambda_e^{S(i)}$ が

$$\bar{\Lambda}_j^S = \frac{f_e(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L}{f_c^S(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L} \tag{16}$$

であれば，$\lambda_j^{S(i)} > \bar{\lambda}$ の範囲で式 (13) が満たされる．また

$$\frac{f_e(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L}{f_c^S(\bar{\lambda}) - \sigma_{cj}^L} \le \frac{f_e(\bar{\lambda}) - f_c^L(\bar{\lambda})}{f_c^S(\bar{\lambda}) - f_c^L(\bar{\lambda})} = \frac{f_e(\bar{\lambda}) - f_c^L(\bar{\lambda})}{0.5 f_c^L(\bar{\lambda})} = 2(\bar{\Lambda}^L - 1) \tag{17}$$

が成立するので，$\bar{\Lambda}^S$ を以下のように設定すれば，σ_{cj}^L の値にかかわらず式 (13) が満たされる．

$$\bar{\Lambda}^S = 2(\bar{\Lambda}^L - 1) \tag{18}$$

本節での検討の例を図 1 に示す．図中では表記の簡単のため上添字の (i) と下添字の j を省略する．$\lambda_j^{S(i)} < \bar{\lambda}$ かつ $\sigma_{cj}^L + \sigma_{cj}^E \le F$ ならば応力点 $(\lambda_j^{S(i)}, \sigma_{cj}^L + \sigma_{cj}^E)$ は領域 I 中に存在する．一方，$\lambda_j^{S(i)} > \bar{\lambda}$ かつ $\Lambda_e^{S(i)} \ge \bar{\Lambda}_j$ ならば応力点は領域 II の中にあり，次式が成立する．

$$\sigma_{cj}^L + \sigma_{cj}^E \le \sigma_{cj}^L + \frac{f_e(\lambda_j^{S(i)}) - \sigma_{cj}^L}{\bar{\Lambda}_j^S} \le f_c^S(\lambda_j^{S(i)}) \tag{19}$$

本提案手法では，短期許容応力度曲線 f_c^S を図 1 中の太線で示す $\hat{f}_c^S$ と修正していることになる（$\lambda < \bar{\lambda}$ の部分が異なる）．

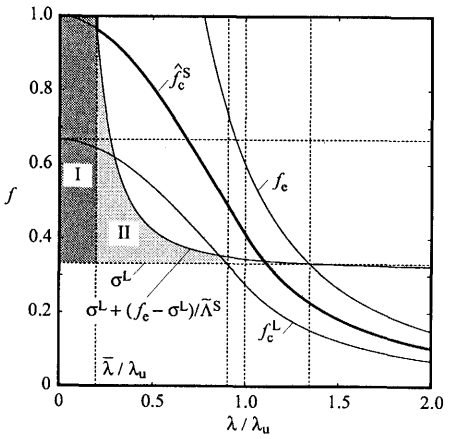

図 1 短期許容圧縮応力度曲線

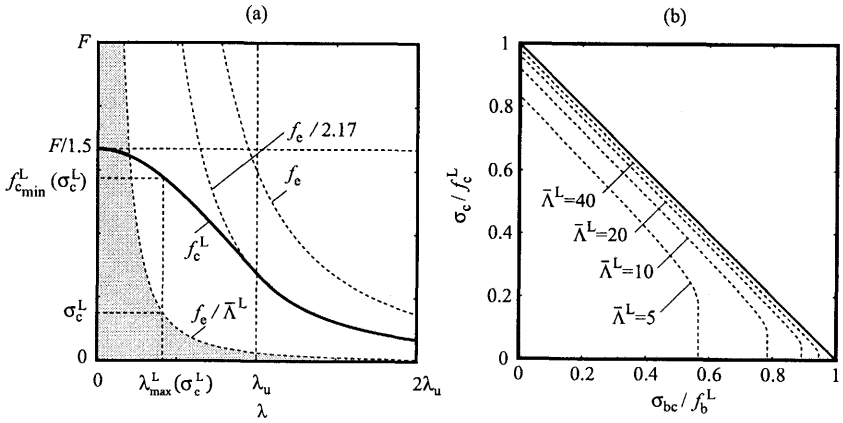

図 2 (a) 有効細長比の最大値 λ_{max}^L と許容圧縮応力度の最小値 $f_{c_{min}}^L$ の関係，(b)$\bar{\Lambda}^L$の各指定値に対する曲げ応力度の許容領域

NII-Electronic Library Service

3 圧縮と曲げの組合わせ応力度に対する検討

前報及び前章では圧縮応力度に対する検討を行った．本章では圧縮と曲げの組合わせ応力を受ける部材の設計について考える．鋼構造設計規準では圧縮と曲げの組合わせ応力度を受ける部材の検定式として次式が示されている．本章では部材番号の j を省略する．

$$\frac{\sigma_c}{f_c}+\frac{\sigma_{bc}}{f_b}\leq 1 \tag{20}$$

ここで σ_{bc}：圧縮側曲げ応力度，f_b：許容曲げ応力度とする．また，鋼構造塑性設計指針では以下の検定式が示されている．

$$\frac{\sigma_c}{f_c}+\frac{\sigma_{bc}}{f_b\left(1-\dfrac{\sigma_c}{f_e}\right)}\leq 1 \tag{21}$$

式 (20) では f_c を求めるのに，また，式 (21) では f_c，f_e，σ_{bc} を求めるのに有効細長比 λ が必要となる．

一般に，曲げ座屈とは異なり横座屈の座屈長さは，圧縮側フランジの支点間距離を超えることは無い．そのため，支点間距離を座屈長さとして採用すれば，安全側であるとともに過度に安全すぎない設計が行える．そこで，本論文では，f_b を求める際の横座屈に関する座屈長さは部材長を用いることとする．横座屈に関しても正確な座屈長さを求めたい場合は，何らかの手法を用いて立体骨組全体の座屈解析を行う必要がある．

提案手法では，比例荷重 $\mathbf{F}^L$，$\mathbf{F}^S$ の下で得られた有効細長比 λ^L もしくは λ^S を用いて組合わせ荷重に対する検討を行う．どちらか片方の荷重においてのみ座屈関連部材として選択されている場合は，座屈関連部材として選択された荷重時の有効細長比を用いる．また，いづれの荷重においても座屈関連部材として選択された場合は，安全側として大きい方の値の有効細長比を用いる．一方，いづれの荷重においても座屈関連部材として選択されない部材，つまり非座屈関連部材は，座屈に関連ないとして有効細長比が 0 であるとし，基準強度 F のみから定まる許容圧縮応力度を用いる．

非座屈関連部材の有効細長比を 0 とすることの妥当性を検討する．まず長期荷重の検討について考える．$\Lambda_e^{L(i)}>\bar{\Lambda}^L$ ならば，有効細長比は以下の不等式を満たす．この関係を図 2(a) に示す．

$$\lambda^{L(i)}\leq\lambda^L_{max}(\sigma_c^L),\quad \lambda^L_{max}(\sigma_c^L)=\sqrt{\frac{\pi^2E}{\bar{\Lambda}^L\sigma_c^L}} \tag{22}$$

また，許容圧縮応力度について以下の不等式が成立する．

$$f_c^L\geq f^L_{c_{min}}(\sigma_c^L),\quad f^L_{c_{min}}(\sigma_c^L)=f_c^L\left(\lambda^L_{max}(\sigma_c^L)\right) \tag{23}$$

この時，式 (20) の安全側の評価として次式が得られる．

$$\frac{\sigma_c^L}{f^L_{c_{min}}(\sigma_c^L)}+\frac{\sigma_{bc}^L}{f_b^L}\leq 1 \tag{24}$$

本式は以下のように変形できる．

$$\sigma_{bc}^L\leq\left(1-\frac{\sigma_c^L}{f^L_{c_{min}}(\sigma_c^L)}\right)f_b^L \tag{25}$$

上式から，与えられた $\bar{\Lambda}^L$ の下で，曲げ応力度 σ_{bc}^L の許容領域は圧縮応力度 σ_c^L に応じて決まることがわかる．$\bar{\Lambda}^L=5,10,20,40$ とした時の σ_{bc}^L の許容領域を図 2(b) の点線で示す．図 2(b) の実線は，材料の強度のみから決まる許容領域を示す．図 2(b) より，$\bar{\Lambda}^L$ を大きくするにつれて許容応力度は材料のみから定まる直線に漸近することがわかる．この図から，$\bar{\Lambda}^L$ を 20 程度以上に設定すれば，圧縮と曲げの組合せ応力状態において，有効細長比を 0 として扱っても特に問題は無いといえる．また，$\sigma_c^L/f_e\leq 1/\bar{\Lambda}^L$ であるので，$1\ll\bar{\Lambda}^L$ ならば式 (21) 中の σ_c^L/f_e の項は 0 とみなすことができ，式 (20) は十分な精度で式 (21) を近似すると考えることができる．短期荷重検討時は，以下の不等式が成立するので，長期荷重検討時の同様の議論が成立する．

$$\begin{aligned}\sigma_c^L+\sigma_c^E&\leq\frac{f_e(\lambda^L)}{\bar{\Lambda}^L}+\frac{f_e(\lambda^S)-\sigma_c^L}{\bar{\Lambda}^S}\\&<\frac{f_e(\lambda^L)}{\bar{\Lambda}^L}+\frac{f_e(\lambda^S)}{2\bar{\Lambda}^L}\approx 1.5\frac{f_e(\lambda^S)}{\bar{\Lambda}^L}\end{aligned} \tag{26}$$

本手法を直接適用すると，長期荷重時の梁やブレースのように，柱の上下端の回転を拘束する部材が座屈関連部材として選択される場合がある．このような部材について，座屈荷重時の圧縮応力度から有効細長比を計算すると，有効細長比を過大に評価することになり，許容圧縮応力度を過小に評価することにつながる．また，有効座屈長さ係数 K がある指定値 $\bar{K}$（例えば $\bar{K}=2$）を超える場合は個材の座屈ではなく骨組として座屈を扱う必要があり，個材に対して圧縮と曲げの組合わせ応力度に対する検討を行うことの物理的な意義が明確ではない．加えて，実用で使われる骨組の一次設計において有効座屈長さ係数がこれらの値を超えることは極めてまれであると考えられる．これらの理由から，本提案手法では，有効座屈長さ係数 K が指定値 $\bar{K}$ より大きい部材については，$\lambda=0$ として降伏応力度 F のみから定まる許容圧縮応力度を用いて圧縮と曲げの組合わせ応力度に対する検討を行う．これらの部材の座屈に対する安全性は骨組全体の線形座屈解析により検討する．

4 数値例題

4.1 現行設計手法による設計

現行設計法に従い図 3(a) の 5 層 3 スパンブレース付骨組の設計を行う．建物には同様の骨組が 6.4m 間隔で存在し，それぞれの支配範囲分の重量に見合った水平力を負担する．偏心率は十分小さく，層ごとの水平剛性もバランスが取れているとして，設計ルートはルート 2 とする．従って，標準せん断力係数 C_0 を 0.2 としてブレース材の応力割増検討を行う．事務所ビルを想定して，地震用積載荷重を含んだ平均重量を 7.35kN/m^2(750kgf/m^2) と仮定すると，A_i 分布による設計用地震荷重は図 3(b) のように求められる．

簡単のため，部材断面が階数によって変化しないものとして断面設計を行う．部材とその断面性能を表 2 に示す．A は部材断面積，

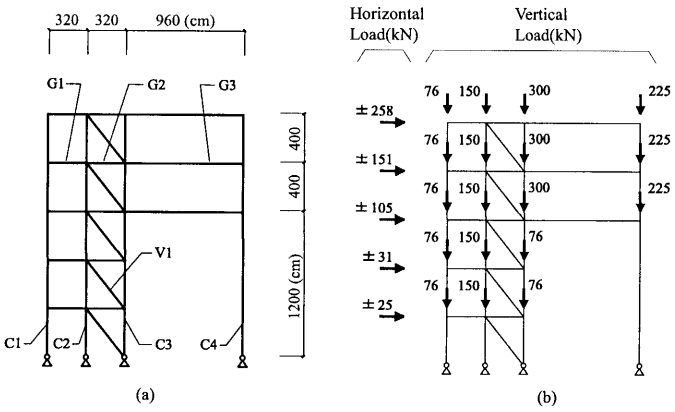

図 3 (a)5 層 3 スパン骨組，(b) 長期 (鉛直) 荷重と地震 (水平) 荷重

NII-Electronic Library Service

表 2　5 層 3 スパン骨組の設計部材断面

部位	記号	断面	A(cm^2)	I(cm^4)	r (cm)
柱	C1	H-200×200×8×12	63.5	4720	8.6
	C2	H-250×250×9×14	91.4	10700	10.8
	C3	H-250×250×9×14	91.4	10700	10.8
	C4	P-355.6×11.1	120.1	17800	12.2
梁	G1	H-350×175×7×11	62.9	13500	14.6
	G2	H-200×200×8×12	63.5	4720	8.6
	G3	H-450×200×9×14	95.4	32900	18.6
ブレース	V1	H-200×200×8×12	63.5	4720	8.6

表 3　5 層 3 スパン骨組の長期荷重時断面検討

部材	ℓ^D (cm)	λ^D	f_a^L (kN/cm^2)	σ^L (kN/cm^2)	σ^L/f_a^L	判定
1C1	400	47	18.1	6.1	0.34	OK
1C2	400	37	19.4	8.4	0.43	OK
1C3	400	37	19.4	11.0	0.57	OK
1C4	1200	99	9.6	5.7	0.60	OK

表 4　5 層 3 スパン骨組の地震荷重時断面検討

部材	f_a^S (kN/cm^2)	σ^E (kN/cm^2)	k*	$\sigma^S(=\sigma^L+k\sigma^E)$ (kN/cm^2)	σ^S/f_a^S	判定
1C3	29.1	15.5	1.0	26.5	0.91	OK
1C4	14.4	0.7	1.0	6.4	0.45	OK
1V1	24.6	14.1	1.5	21.3	0.87	OK

* ブレースの水平力負担が全体の 7/8 を超える場合につき $k=1.5$

I は断面 2 次モーメント，r は断面 2 次半径である．本例題では，数字とアルファベットの組合せを用いて部材の番号を示す．C=柱，V=ブレース，G=梁を意味し，アルファベットの左側と右側の数字は，それぞれ，部材が配置されている階数と左から数えた時の番号を示す．例えば，1C3 の場合は 1 階の左から 3 番目の柱を意味する．左側の数字が無い場合は，全層の部材を意味する．各部材の記号を図 3(a) に表示する．本例題ではブレースを含めて全ての接合部を剛接合とし，最下層柱脚をピン支持とする．使用鋼材は F 値 325 の SN490B 材とし，ヤング係数 E は 205000N/mm^2 である．設計用地震荷重に対して層間変形角は 1/200 以下を満足している．

図 3(b) のように長期・地震荷重が作用する場合について，発生曲げモーメントが比較的小さく，圧縮力によって断面が決定される部材に着目し，1 階部分での断面検討を行う．本例題では，現行及び提案手法の流れを簡単に説明するため，地震荷重については正方向の検討結果のみを示す．長期荷重時の検討結果を表 3，地震荷重時の検討結果を表 4 に示す．ここで，安全側の評価として柱材の座屈長さを階高に取ることがよく行われている現状を反映させて，ℓ^D は部材長と等しく設定した．λ^D は ℓ^D に基づく細長比で，f_a^L と f_a^S はその時の長期・短期許容応力度である．σ^E は地震荷重による発生応力度で，k は部材検討時に考慮する σ^E への割増乗数である．k は，設計ルートとしてルート 2 を採用したことで適用されている．$\sigma^S=\sigma^L+k\sigma^E$ は割増を考慮した短期発生応力度である．これらの結果から，発生圧縮応力度は許容応力度の 34%から 91%の範囲におさまっており，各断面は設計用荷重に対して十分な耐力を有することが確認された．また，設計用荷重時圧縮応力度の降伏応力度 F に対する余裕率は，長期荷重については 1C3 柱で 2.95 倍，地震荷重についても同材で 1.38 倍となっている．

4.2　線形座屈解析による設計

長期と短期のそれぞれの場合について，線形座屈解析により得られる骨組の弾性座屈の固有モードを図 4 と図 6 に示す．解析モデルの基礎式を Appendix に示す．例題では，柱のみ 1 部材を 2 つの有限要素に分割した．座屈荷重係数の部材曲げ剛性に関する感度係数を図 5 と図 7 に示す．これらの図では部材の太さが感度の大きさを表す．感度については，各次における最大値が 1 となるように正規化した．各次の座屈荷重係数，正規化された感度係数の閾値を $\gamma=0.2$ とした場合の座屈関連部材，及びこれらに対応する設計用許容荷重係数を表 5 と表 7 にまとめる．

$\bar{\lambda}/\lambda_u=0.2$ とする場合，$\bar{\Lambda}^L=23.3$，$\bar{\Lambda}^S=44.6$ となる．長期荷重検討時および短期荷重検討時の座屈荷重係数の値から，長期荷重時検討で 4 次モード以上，地震荷重時検討で 7 次モード以上の場合，許容荷重係数の検討が不要である．しかし，本論文では考察の意味から 8 次以下の全ての固有モードについて設計用許容荷重係数を算出した．全ての Λ_a が 1 より大きいので，本骨組は提案設計法の許容範囲内である．その他の主な観察結果を以下にまとめる．

- 座屈荷重が最も小さいモードの設計用許容荷重が最も小さくなるとは限らない．長期と短期の設計用許容荷重係数は，それぞれ 3 次と 4 次モードの値が最小となる．長期と短期のいづれの場合にも，1C3 柱に対応する設計用許容荷重係数が最小となった．
- 同一の座屈部材に着目した場合，モードが異なっても設計用許容荷重係数の値は近接している（長期荷重時の 3，6，8 次モードの 1C3，地震荷重時の 1，2，4，6，7 次モードの 1V1，地震荷重時の 1，4，6，7 次モードの 1C3 など）．これは，有効細長比の値が小さく，有効細長比の変化に対して許容圧縮応力度の変化が小さいためと考えられる．

4.3　現行手法と提案手法の結果の比較

現行手法と提案手法から得られる設計の許容値に対する余裕度を比較する．比較のため，現行手法における余裕度を以下のように定義する．まず，各部材に対して次式を満たす Λ を計算する．

$$f_a^L=\Lambda\sigma^L,\ f_a^S=\sigma^L+\Lambda k\sigma^E \tag{27}$$

次に，これらの最小値として，長期荷重と地震荷重のそれぞれに対して Λ_a^{DL} と Λ_a^{DS} を定義する．表 6 と表 8 に長期荷重時と地震荷重時についての余裕率を示す．提案手法では，該当する部材が座屈するモードの Λ_a が余裕率である．最右列に該当モードの次数を示す．

線形座屈解析から得られる細長比 λ^L，λ^S は，座屈長さを部材長として仮定して得られた値 λ^D の 68%～78%になっている．節点移動が無い場合，座屈長さは部材長よりも短くなることから，提案設計法は妥当な座屈長さを算出していると考えられる．提案手法で算出された余裕率 Λ_a^L，Λ_a^S は現行手法の余裕率 Λ_a^{DL}，Λ_a^{DS} の 105%～148%になっている．従って，本例題で対象とした骨組では，提案座屈設計法により現行座屈設計法と比較して断面縮小が可能である．

本手法によれば，節点の水平移動の有無を区別する必要が無い．また，節点の水平移動を抑えるためにブレースの補剛が十分であるかどうかの検討を別途行う必要も無い．現行設計法では，節点移動が無い場合を対象として，周辺部材の拘束を考慮して座屈長さを算出する方法も用意されているが，純ラーメン骨組を対象としておりブレースがある場合の扱いについては言及されていない．

NII-Electronic Library Service

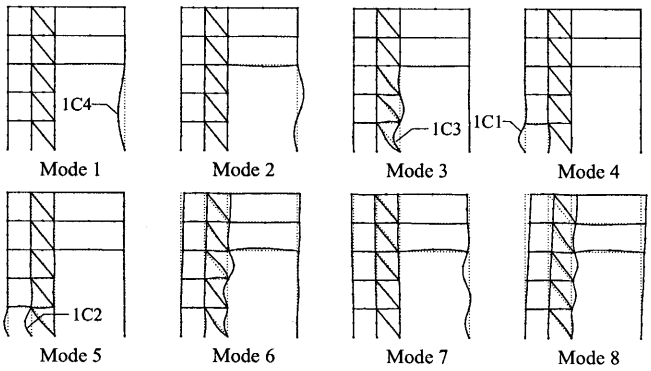

図 4　長期荷重時の座屈モード

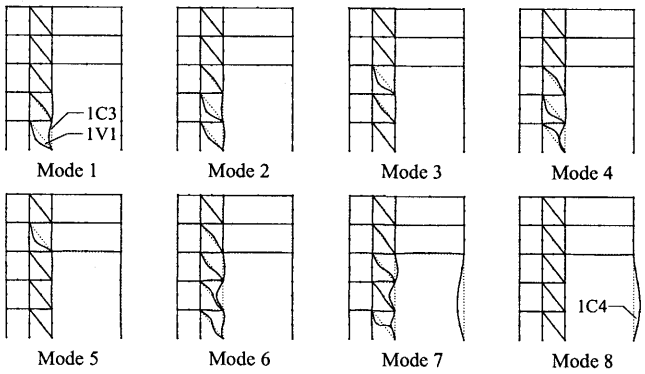

図 6　短期荷重時の座屈モード

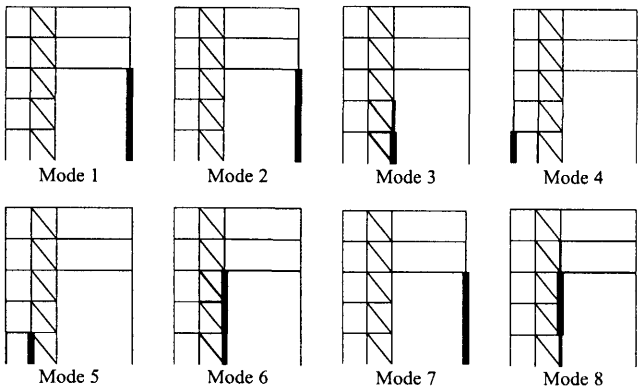

図 5　長期荷重時の座屈荷重係数の部材曲げ剛性に関する感度

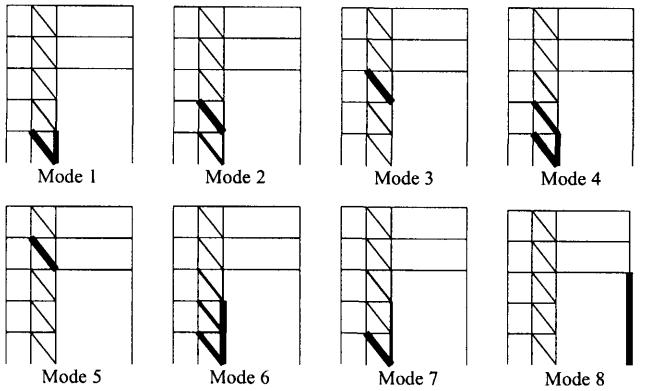

図 7　短期荷重時の座屈荷重係数の部材曲げ剛性に関する感度

表 5　長期荷重時の座屈荷重と座屈関連部材及び設計用許容荷重

Mode	Λ_c^L	部材	$\partial\Lambda_c^L/\partial\alpha_j$	β^L	Λ_a^L	λ^L
1	6.74	**1C4**	1.00	0.366	**2.47**	73
2	19.87	1C4	1.00	0.165	3.28	42
3	23.32	**1C3**	1.00	0.079	**1.84**	28
		2C3	0.39	0.086	**2.00**	29
		1V1	0.21	0.461	10.8	–
4	27.51	**1C1**	1.00	0.117	**3.21**	35
5	30.88	**1C2**	1.00	0.078	**2.42**	28
6	34.69	1C3	0.75	0.054	1.88	23
		2C3	0.99	0.060	2.05	24
		3C3	1.00	0.064	**2.23**	25
		2V1	0.24	0.461	16.0	–
7	39.51	1C4	1.00	0.089	3.52	30
8	50.17	1C3	0.42	0.038	1.91	19
		2C3	0.96	0.041	2.08	20
		3C3	1.00	0.045	2.26	21
		4C3	0.22	0.067	**3.34**	26

表 6　長期荷重時の余裕率の比較

部材	λ^D	λ^L	λ^L/λ^D	Λ_a^{DL}	Λ_a^L	$\Lambda_a^L/\Lambda_a^{DL}$	Mode
1C1	47	35	0.74	2.97	3.21	1.08	4
1C2	37	28	0.76	2.31	2.42	1.05	5
1C3	37	28	0.76	1.76	1.84	1.05	3
1C4	99	73	0.74	1.67	2.47	1.48	1
2C3	37	29	0.78	1.90	2.00	1.05	3
3C3	37	25	0.68	2.09	2.23	1.07	6
4C3	37	26	0.70	3.16	3.34	1.06	8

表 7　短期荷重時の座屈荷重と座屈関連部材及び設計用許容荷重

Mode	Λ_c^S	部材	$\partial\Lambda_c^S/\partial\alpha_j$	β^S	Λ_a^S	λ^S
1	10.98	**1C3**	0.79	0.110	**1.20**	33
		1V1	1.00	0.188	**2.06(1.37*)**	36
2	16.39	1V1	0.41	0.130	2.13	29
		2V1	1.00	0.152	**2.49(1.66*)**	32
3	19.40	**3V1**	1.00	0.146	**2.83(1.89*)**	31
4	21.18	1C3	0.80	0.061	1.28	24
		1V1	1.00	0.102	2.17	26
		2V1	0.76	0.120	2.54	28
5	33.50	**4V1**	1.00	0.143	**4.78(3.19*)**	31
6	37.14	1C3	0.88	0.036	1.33	19
		2C3	1.00	0.062	**2.31**	24
		1V1	0.74	0.060	2.22	20
		2V1	0.44	0.070	2.61	21
		3V1	0.26	0.079	2.94	23
7	45.71	1C3	0.42	0.029	1.34	17
		2C3	0.31	0.051	2.34	22
		1V1	1.00	0.049	2.23	18
8	46.77	**1C4**	1.00	0.469	**21.9**	72

* ブレースの応力割増 $k=1.5$ を考慮

表 8　地震荷重時の余裕率の比較

部材	λ^D	λ^S	λ^S/λ^D	Λ_a^{DS}	Λ_a^S	$\Lambda_a^S/\Lambda_a^{DS}$	Mode
1C3	37	33	0.92	1.16	1.20	1.03	1
1C4	99	72	0.73	12.2	21.9	1.80	8
2C3	37	24	0.65	2.08	2.31	1.11	6
1V1	59	36	0.61	1.15*	1.37*	1.19	1
2V1	59	32	0.54	1.37*	1.66*	1.21	2
3V1	59	31	0.53	1.55*	1.89*	1.22	3
4V1	59	31	0.53	2.56*	3.19*	1.25	5

* ブレースの応力割増 $k=1.5$ を考慮

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

4.4 圧縮と曲げの組合わせ応力度の検討

前節までは圧縮軸力のみに対する検定を行った．一般に，ブレース付骨組は地震荷重に対して主としてブレース軸力で抵抗するので，このような検討のみで十分である．しかし，柱やブレースに無視できない曲げモーメントが作用している可能性があるため，本節では圧縮と曲げの組合せ応力度に対する検討を行う[注4)]．検討結果を図8と図9に示す．図中の●印は設計荷重時の応力度を示し，点線はその許容領域を示す．許容曲げ応力度は鋼構造設計規準に従い計算した．図8は柱1C1-1C4とブレース1V1の応力度を示す．図9は1C3，1C4と1V1の部材の応力度を示す．短期荷重時は，1C1および1C2に引張軸力が作用するので，図9にはこれらの部材の応力度を示していない．これらの図から，本骨組は組合わせ応力度に対しても設計条件を満たしていることが確認できる．

4.5 有限要素法との結果の比較

有限要素法 (詳細は Appendix 参照) により弾塑性座屈荷重係数 Λ_{ep} を求めた結果を図10と図11に示す．応力分布の図はウェブにおける値を示す．応力度は圧縮を正として F で正規化した．これらの図より，いづれの荷重時も部材1C3の個材座屈が生じることがわかる．有限要素法から得られた Λ_{ep} の値を以下に示す．

$$\Lambda_{ep}^{L} = 2.82, \quad \Lambda_{ep}^{S} = 1.28 \tag{28}$$

一方，設計用許容荷重係数に安全率をかけた値が提案手法による座屈荷重の予測値であり，これらの値は以下のとおりである．

$$\Lambda_{a}^{L}\nu(\lambda_{1C3}^{L}) = 1.84 \times 1.55 = 2.85 \tag{29}$$

$$\Lambda_{a}^{S}\nu(\lambda_{1C3}^{S}) = 1.20 \times 1.05 = 1.25 \tag{30}$$

これより本骨組では提案手法は十分な精度を持つと考えられる．

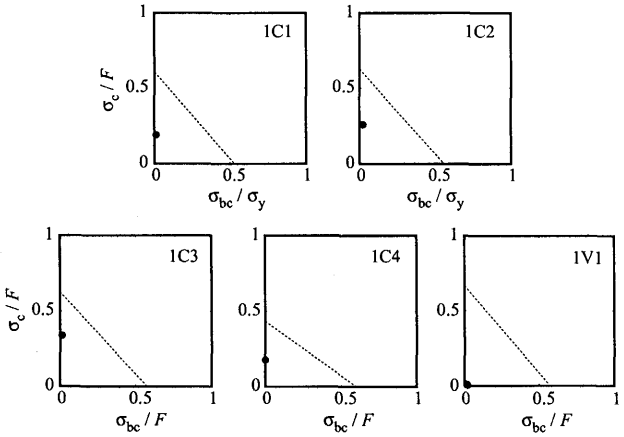

図8 長期荷重時の圧縮と曲げの組合わせ応力度に対する検討

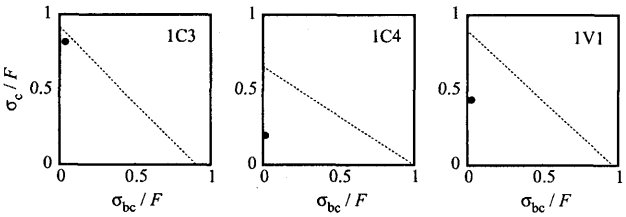

図9 短期荷重時の圧縮と曲げの組合わせ応力度に対する検討

5 結論

本論文で得られた成果と今後の課題は以下のとおりである．

1. 前報では鉛直荷重を受ける骨組を対象として線形座屈解析を用いた座屈設計法の基本的枠組を提案した．本報ではこれを拡張し，鉛直荷重と地震荷重の複合荷重を受ける鋼構造平面骨組を対象とした座屈設計法の定式化を行った．
2. 短期荷重時は柱やブレースにおいて，無視できない曲げモーメントが作用する可能性がある．そこで，圧縮軸力と曲げモーメントの組合せ応力度に対する検討についても定式化を行った．また，圧縮軸力のみを考慮して設定した，考慮すべき座屈荷重係数の上限が，組合せ応力度に対しても適切であることを示した．
3. 数値例題において，吹き抜けを持つ5層3スパンブレース付骨組に提案手法を適用し，現行設計法と結果を比較することにより提案設計法の妥当性を例証した．現行設計法と提案設計法における各部材の余裕率を比較した結果，提案手法では現行設計法と比較して高い余裕率が得られた．これより，提案手法を用いればより経済的な設計が可能になると考えられる．
4. 数値例題において，一次元有限要素法を用いて不整および残留応力を考慮した非線形解析の結果と提案手法の結果を比較し，提案設計法により十分な精度で非弾性座屈荷重を推定できることを例証した．
5. 本論文では現行設計法と同様に，横座屈に対する座屈長さは圧縮側フランジの支点間距離に等しく，曲げ座屈に対する座屈長さと独立であるとした．横座屈に対しても周辺部材や補剛の影響をより正確に評価するには，横座屈を扱えるなんらかの手法を用いて立体骨組全体の線形座屈解析を行う必要がある．

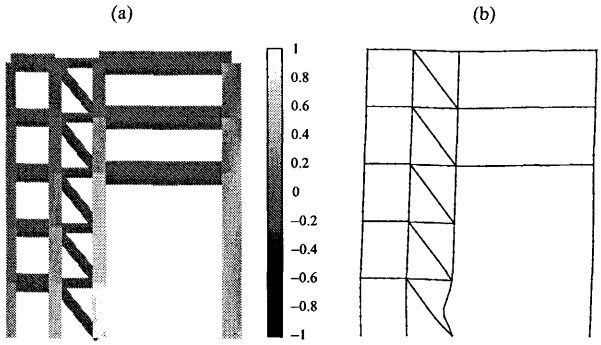

図10 長期荷重検討時の (a) 座屈荷重時の応力分布と (b) 座屈モード

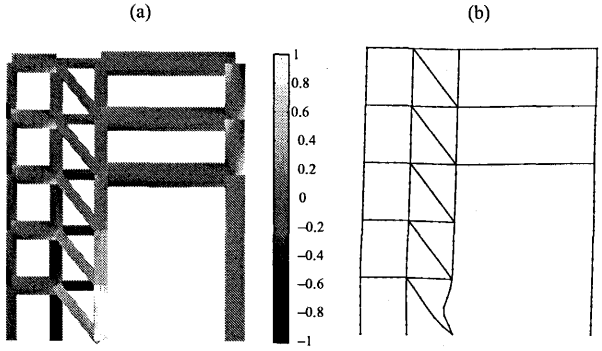

図11 短期荷重検討時の (a) 座屈荷重時の応力分布と (b) 座屈モード

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

注

注 1) 現行設計法では積載荷重についての低減があるので地震荷重検討時の固定荷重値は長期荷重検討時の固定荷重値に一致しない．しかし，本提案手法においてこの差異は本質的な問題でないので，本論文では表記の簡単のため両者が等しいとして定式化を行う．

注 2) 短期荷重検討時における座屈荷重係数の α_j に関する微係数は

$$\frac{\partial \Lambda_e^{S(i)}}{\partial \alpha_j} = -\frac{\mathbf{q}_e^{S(i)\mathsf{T}}\left[\mathbf{K}_{0,j}+\mathbf{K}(\mathbf{n}_j^{L})+\mathbf{K}(\mathbf{n}_j^{E})\right]\mathbf{q}_e^{S(i)}}{\mathbf{q}^{S(i)\mathsf{T}}\mathbf{K}_G(\mathbf{n}^E)\mathbf{q}^{S(i)}} \approx -\frac{\mathbf{q}_e^{S(i)\mathsf{T}}\mathbf{K}_{0,j}\mathbf{q}_e^{S(i)}}{\mathbf{q}_e^{S(i)\mathsf{T}}\mathbf{K}_G(\mathbf{n}^E)\mathbf{q}_e^{S(i)}} \tag{31}$$

の近似式により評価する．つまり，感度の計算においては $\mathbf{K}(\mathbf{n}_j^{L})$ と $\mathbf{K}(\mathbf{n}_j^{E})$ に関する項を省略する．

注 3) $\lambda_j^{L(i)}$ と $\lambda_j^{S(i)}$ は厳密には異なるので $f_c^{L}(\lambda_j^{S(i)})-\sigma_{cj}^{L}>0$ の不等式は必ずしも成り立つとは限らない．しかし，本論文では一般に $\lambda_j^{L(i)}$ と $\lambda_j^{S(i)}$ は近い値を持つと考え，この不等式が成立すると仮定する．

注 4) 主として軸力で水平力に抵抗するブレース付骨組では組合せ応力度に対する検定を行う意義はあまり大きくないが，主として曲げにより水平力に抵抗する純ラーメン骨組では組合せ応力度に対する検討が必ず必要となる．

Appendix

平面（二次元）梁要素を考える．図 12 に示すように局所座標系 $\mathbf{x}=[z,x]^{\mathsf{T}}$ を設定する．節点力を $\mathbf{f}=[n_1,q_1,m_1,n_2,q_2,m_2]^{\mathsf{T}}$，節点変位を $\mathbf{u}=[w_1,u_1,\theta_1,w_2,u_2,\theta_2]^{\mathsf{T}}$ とする．有限要素法では部材を材軸方向に要素分割し，各要素の材軸における材軸方向変位 $w_0(z)$ とたわみ（材軸直行方向変位）$u_0(z)$ を，それぞれ z に関する 1 次式と 3 次式を用いて以下のように近似する．

$$\begin{bmatrix} w_0(z) \\ u_0(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1(z) \\ \mathbf{N}_2(z) \end{bmatrix}\mathbf{u} \tag{32}$$

ここで ℓ を要素長として $\mathbf{N}_1(z)$ と $\mathbf{N}_2(z)$ は以下のように定義する．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_1(z) \\ \mathbf{N}_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-z/\ell & 0 & 0 & z/\ell & 0 & 0 \\ 0 & a_1(z) & a_2(z) & 0 & a_3(z) & a_4(z) \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$a_1(z)=1-3z^2/\ell^2+2z^3/\ell^3,\quad a_2(z)=z-2z^2/\ell+z^3/\ell^2$$
$$a_3(z)=3z^2/\ell^2-2z^3/\ell^3,\quad a_4(z)=-z^2/\ell+z^3/\ell^2$$

本論文では Green ひずみにおいて $w_0'^2/2$ の項を無視した以下のひずみ ε を用いる．

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = w_0'(z)+\frac{1}{2}u_0'^2(z)-xu_0''(z) = \mathbf{N}_1'\mathbf{u}+\frac{1}{2}\mathbf{u}^{\mathsf{T}}\mathbf{N}_2'^{\mathsf{T}}(z)\mathbf{N}_2'(z)\mathbf{u}-x\mathbf{N}_2''(z)\mathbf{u}$$

ここで $(\ )'$ は z に関する偏微分をあらわす．また，上添え字の T はベクトルまたは行列の転置をあらわす．梁要素の仮想仕事式は

$$\delta\mathbf{u}^{\mathsf{T}}\mathbf{f} = \int_V \sigma\delta\varepsilon \mathrm{d}V \tag{34}$$

と書ける．ここで V：要素の体積，σ：応力，$\delta\mathbf{u}$：仮想要素節点変位，$\delta\varepsilon$：仮想ひずみである．$\mathbf{B}=\partial\varepsilon/\partial\mathbf{u}=\mathbf{N}_1'+\mathbf{u}^{\mathsf{T}}\mathbf{N}_2'^{\mathsf{T}}\mathbf{N}_2'-x\mathbf{N}_2''$ として，仮想ひずみと仮想節点変位の関係は $\delta\varepsilon=\mathbf{B}\delta\mathbf{u}$ と書ける．任意の $\delta\mathbf{u}$ に関して式 (34) が成立することから以下の釣合式を得る．

$$\mathbf{f} = \int_V \sigma\mathbf{B}\mathrm{d}V \tag{35}$$

$(\dot{\ })$ は時間または載荷パラメータに関する微分を表すとする．この時，速度型の釣合式は以下のように表現できる．

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{k}_T\dot{\mathbf{u}} \tag{36}$$

$\mathbf{D}=\partial^2\varepsilon/\partial\mathbf{u}^2=\mathbf{N}_2'^{\mathsf{T}}\mathbf{N}_2'$ として接線剛性行列 $\mathbf{k}_T$ は次式のように得られる．ここで E_T は材料の接線剛性 $(\dot{\sigma}=E_T\dot{\varepsilon})$ である．

$$\mathbf{k}_T = \int_V \left(E_T\mathbf{B}^{\mathsf{T}}(\mathbf{u})\mathbf{B}(\mathbf{u})+\sigma\mathbf{D}\right)\mathrm{d}V \tag{37}$$

材料が弾性の場合は式 (35) の積分は解析的に行うことができ，$\mathbf{f}(\mathbf{u})$ は厳密には $\mathbf{u}$ の 3 次関数になる．しかし，軸力の効果のみを考慮した以下の近似式（$n_2=EA(w_2-w_1)/\ell$ であることから $\mathbf{u}$ に関する 2 次関数）が使われることが多い．

$$\mathbf{f}=\mathbf{k}_T\mathbf{u}\approx(\mathbf{k}_0+\mathbf{k}_G(\mathbf{u}))\mathbf{u} \tag{38}$$

$$\mathbf{k}_0 = E\begin{bmatrix} A/\ell & 0 & 0 & -A/\ell & 0 & 0 \\ & 12I/\ell^3 & 6I/\ell^2 & 0 & -12I/\ell^3 & 6I/\ell^2 \\ & & 4I/\ell & 0 & -6I/\ell^2 & 2I/\ell \\ & & & A/\ell & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 12I/\ell^3 & -6I/\ell^2 \\ & & & & & 4I/\ell \end{bmatrix}$$

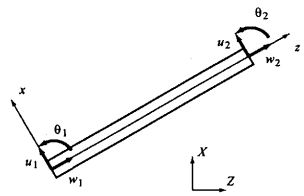

図 12 局所座標系の設定

$$\mathbf{k}_G(\mathbf{u}) = n_2(\mathbf{u})\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 6/(5\ell) & 1/10 & 0 & -6/(5\ell) & 1/10 \\ & & 2\ell/15 & 0 & -1/10 & -\ell/30 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 6/(5\ell) & -1/10 \\ & & & & & 2\ell/15 \end{bmatrix}$$

ここで，断面積を A，断面 2 次モーメントを I，要素長を ℓ，ヤング係数を E とする．本論文の線形座屈解析では，式 (38) の $\mathbf{k}_T$ を重ね合わせて得られる系の接線剛性行列 $\mathbf{K}_T$ を用いる．

本論文では提案座屈設計法の検証のため，有限要素法による非線形解析を行う．検証の際には，以下の完全弾塑性則を用い，幾何非線形の効果は式 (35) を厳密に評価することにより扱う．

$$\Phi(\sigma)=|\sigma|-\sigma_y \qquad \text{降伏関数} \tag{39}$$

$$\sigma=E(\varepsilon-\varepsilon^p) \qquad \text{弾性則} \tag{40}$$

$$\dot{\varepsilon}^p=r\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}=r\,\mathrm{sign}(\sigma) \qquad \text{法線則} \tag{41}$$

$$\Phi r=0,\quad \Phi\le 0,\quad r\ge 0 \qquad \text{相補性条件} \tag{42}$$

ここで σ_y：降伏応力，ε^p：塑性ひずみ，r：コンシステンシーパラメタである．材料の接線剛性 E_T は以下のように表せる．

$$E_T=\begin{cases} E & \text{if } r=0 \\ 0 & \text{if } r>0 \end{cases} \tag{43}$$

$\mathbf{f}$ と $\mathbf{k}_T$ を評価するためには体積 V に関して数値積分を行う必要がある．

本論文で採用する解析法の詳細を以下にまとめる．荷重増分法を用いて載荷パラメタ Λ に関する増分解析を行う．荷重の増分値は 0.02 とした．応力積分にはリターン・マッピング法[11]を用い，非線形方程式の解法にはニュートン法を用いる．各増分ステップにおける初期解は接線予測により求める．収束解または収束過程において接線剛性行列の最小固有値が負となる時の荷重係数を座屈荷重係数とする．全部材を材軸方向に 6 要素に分割する．材軸方向の数値積分には Simpson 則を用い，積分点の数は 3 とする．H 型鋼，鋼管ともにせいの方向に断面を 5 分割する．フランジを代表する積分点の位置と重み（断面積）はフランジの実位置と実断面積を用いる．その中間の積分点については，断面全体の断面積，断面 2 次モーメント，全塑性モーメントが一致するように定める．H 型鋼では残留応力の効果を考慮するため，梁せいと垂直な方向にフランジをさらに 5 分割し，各積分点の位置と重みを定めるのに Simpson 則を適用する．H 型鋼のみ，ウェブに関して対称な線形分布を持ち，ウェブで $-0.3F$，フランジ両端 $0.3F$ となるように残留応力を与えた．また，各部材において最大値が部材長の 1/1000 である正弦波分布を持つ不整を与えた．

参考文献

1) 日本建築学会, 鋼構造塑性設計指針, 丸善, 1975.
2) 日本建築学会, 鋼構造座屈設計指針, 第 2 版, 丸善, 1996.
3) 日本建築学会, 鋼構造設計規準, 第 3 版, 丸善, 2002.
4) 日本建築学会, 鋼構造限界状態設計指針・同解説, 第 2 版, 丸善, 2002.
5) 三谷勲, 片平崇, 大谷恭弘, 長柱が混在する純ラーメンの座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, No. 557, pp. 161-166, 2002.7.
6) T.V. Galambos, Guide to stability design criteria for metal structures, 5th Ed., John Wiley & Sons, New York, NY, 1998.
7) W.F. Chen and S.E. Kim, LRFD steel design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, FL, 1997.
8) 荒木慶一, 高木次郎, 上谷宏二, 線形座屈を用いた鋼構造平面骨組の座屈設計, その 1：基本的枠組みと純ラーメン骨組への適用, 日本建築学会構造系論文集, No. 586, 採用決定, 2004.12.
9) 野上邦栄, 山本一之, 構造全体系の固有値解析による骨組部材の合理的な有効座屈長の評価, 土木学会論文集, No. 489, I-27, pp. 157-166, 1994.
10) 織田博孝, 宇佐美勉, 骨組構造物の座屈設計法の比較と評価, 土木学会構造工学論文集, Vol. 40A, pp. 249-262, 1994.
11) J.C. Simo and T.J.R. Hughes, Computational inelasticity, Springer-Verlag, New York, 1998.

(2004年11月 1 日原稿受理，2005年 1 月 7 日採用決定)

NII-Electronic Library Service