

線形座屈解析を用いた鋼構造平面骨組の座屈設計

その1 基本的枠組と純ラーメン骨組への適用

STABILITY DESIGN OF PLANE STEEL FRAMES USING LINEARIZED BUCKLING ANALYSIS

Part 1 A basic framework and application to an unbraced frame

荒木慶一*1, 高木次郎*2, 上谷宏二*3

Yoshikazu ARAKI, Jiro TAKAGI and Koji UETANI

We present a framework for stability design of plane steel frames using the linearized buckling analysis. The previous approaches using the linearized buckling analysis often underestimates significantly the allowable stress for compressive members. To overcome the difficulty, we employ higher buckling modes and select the members playing crucial roles in the buckling modes. Such members are selected using the sensitivity coefficient of the buckling loads with respect to the flexural stiffness of each member. The reduction of the allowable stress due to coupling of stability and inelasticity is considered only for the selected members. Furthermore, we introduce the concept of *design allowable load factor* for systematic implementation of the proposed method. The present approach does not need the distinction between braced and unbraced frames. We demonstrate the feasibility of the present method by applying it to an irregular unbraced frame having a slender column.

Keywords: *linearized buckling analysis, plane steel frame, stability design, geometric and material nonlinearities, effective length for buckling*

線形座屈解析, 平面鋼構造骨組, 座屈設計, 幾何・材料非線形, 有効座屈長さ

1 序

我が国の鋼構造建築物の現行設計規準・指針¹⁻⁴⁾では、座屈長さの概念を用いて個材毎に座屈耐力が評価されている。座屈長さに基づき座屈耐力を材料強度のように個材毎に扱う方法は、直感的に理解しやすく各部材の余裕率の把握も容易であることから、我が国のみならず米国等の鋼構造規準⁵⁻⁸⁾でも採用されている。しかし、現行の座屈設計法には、より合理的な鋼構造座屈設計体系の構築へ向けて解決すべき課題が残されている⁷⁻¹²⁾。

鋼構造建築物の現行設計規準・指針¹⁻⁴⁾では、節点の水平移動(スウェイ)が拘束されている場合、安全側との判断から座屈長さとして部材長を便宜上採用できる。処理の簡便さから実務設計では慣用的にこの座屈長さが採用されることが多いが、この方法では一般に安全レベルを過剰に見込むことになる。また、部材や荷重の配置が均等な骨組に対して、スウェイの有無と部材端部の固定度に応じて座屈長さを算出する方法が示されている。しかし、これらの座屈設計法は、吹き抜けがある時など部材や荷重の配置が不規則な場合に、座屈長さを適切に評価できないという問題を抱えている。また、座屈モード(層のスウェイ座屈か柱個材の非スウェイ座屈か)の判定が難しい点も問題といえる。

これらの問題を解決するため、部材や荷重の配置が不規則な骨組の座屈長さを求める手法が提案されている^{11,12)}。これらの手法では、スウェイ座屈荷重と非スウェイ座屈荷重の大小の比較により座屈モードの判定が行われる。層全体のスウェイ座屈荷重は、節点移動の拘束がない場合の各柱の座屈荷重の和として求められる。また、個材の非スウェイ座屈荷重は対象とする柱の周辺部材の境界条件に応じて計算される。これらの手法により、骨組全体の固有値解析や非線形解析を行うことなく、不規則な骨組に対しても適切な座屈長さを計算できるものの、周辺部材の境界条件や座屈モード等の場合分けが多く、設計条件が煩雑となることが多い。

骨組全体の座屈耐力を精確に評価する方法として、幾何・材料の両非線形を考慮した次元有限要素法がある^{2,7,8,13)}。また、種々の近似を導入することにより計算の効率を改善した非線形解析法が提案されている⁷⁾。これらの解析法を用いれば、部材断面の部分的塑性化、形状初期不整、残留応力の影響などを考慮した上で骨組の座屈耐力を高精度で予測できる。しかし、一般中低層建築物の設計や高層建築物の一次設計では、各部材の余裕度の把握し易さや計算負荷の観点から、非線形解析を行わず弾性応力解析の結果のみから設計できることが望ましい。

*1 京都大学大学院建築学専攻 助教授・博士(工学)

*2 スタンフォード大学土木環境工学学科
大学院生・修士(工学)

*3 京都大学大学院建築学専攻 教授・工博

Assoc. Prof., Department of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.

Graduate Student, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, M. Eng.

Prof., Department of Architecture and Architectural Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.

表 1 現行設計ルート

設計ルート	適用建築規模	ルート採用のための構造性能条件	検討内容
ルート 1	3 階以下、高さ 13m 以下 延面積 500m ² 以下、スパン 6m 以下		標準せん断力係数 (C ₀) を 0.3 として許容応力度設計
ルート 2	ルート 1 とルート 3 の 適用建築規模以外	層間変形角 1/200 以下 層ごとの水平剛性のバランスがよいこと。(剛性率 6/10 以上) 震時のねじれ変形が小さいこと。(偏心率 15/100 以下)	C ₀ = 0.2 保有耐力接合の検討 ブレースの応力割増検討
ルート 3	高さ 31m 以上	ルート 2 の採用条件を満たさない場合は 31m 以下でもルート 3 とする。	保有水平耐力の検討

弾性応力解析から得られる応力場のみを用いて座屈荷重を計算する線形座屈解析はこれらの設計に適している。また、線形座屈解析では骨組全体として座屈モードを求めるので、前もって座屈モードを仮定する必要がなく、不規則な骨組を含む多くの建物の座屈耐力を適切に評価できることが期待される。加えて、対称疎行列の固有値解析法¹⁴⁾や計算機の発展に伴い、大規模骨組全体の線形座屈解析における計算負荷も問題ではなくなりつつある。よって、線形座屈解析を用いることにより、現行の座屈設計をさらに合理的かつ包括的なものに改善できる可能性がある。このような状況のもとで、線形座屈解析を利用した鋼構造座屈設計に関する研究が橋梁^{9,10)}や大空間構造物¹⁵⁾を対象に行われているが、通常が多層多スパン建築骨組を対象とした研究は著者らの知る限り行われていない。

本論文では、鋼構造平面骨組を対象として、線形座屈解析を用いた既存の座屈設計法の有効性と問題点を整理し、より合理的な座屈設計法の基本的枠組を提案することを目的とする。本論文の構成は以下のとおりである。まず、鋼構造建築物の現行規準・指針¹⁴⁾による座屈設計法をまとめる。次に、これまでに提案されている線形座屈解析を用いた座屈設計法^{2,9,10,15)}について検討を行う。ここでの考察を基礎として、新たな座屈設計法の基本的枠組を提示する。さらに、吹き抜けを持つ純ラーメン骨組の設計例を通じて、既存の手法と提案手法による設計プロセスおよび結果の比較を行う。

2 現行座屈設計法

現行設計法による鋼構造建築物の設計の流れを整理する。構造計算が不要な小規模工物や国土交通省大臣が認める構造計算手法を適用する高層建築物等の例外を除くと、一般的な構造物の検討内容は規模と構造性状に応じて表 1 のように分類できる¹⁶⁾。この中でルート 3 の保有水平耐力の検討以外は、許容応力度設計法に基づいて検討が行われる。ルートに応じて規定値に違いはあるものの、基本的なプロセスは図 1(a) のようにまとめられる。図 1(a) の 4. の許容応力度計算において、圧縮力を受ける部材については部材長と部材端の拘束条件から有効座屈長さを求め、これを基に許容圧縮応力度を算出する¹⁻³⁾。また、限界状態設計⁴⁾においても、圧縮材の座屈耐力の評価には有効座屈長さを求める必要がある。

鋼構造設計規準³⁾では、部材の細長比 λ と限界細長比 λ_u の大小に応じて、圧縮力を受ける部材の長期許容圧縮応力度 f_a を以下のように定めている。図 1(b) にこれを図示する。

$$f_a = \begin{cases} \{1 - 0.4(\lambda/\lambda_u)^2\}F/v & \text{for } \lambda \leq \lambda_u \\ 0.277F/(\lambda/\lambda_u)^2 & \text{for } \lambda > \lambda_u \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 F は材料強度の基準値であり、 $v = 3/2 + 2\lambda^2/(3\lambda_u^2)$ は $\lambda \leq \lambda_u$ の場合の安全率である。ヤング係数を E 、部材の断面積を A 、断面 2 次モーメントを I 、座屈長さを l とする。部材の断面 2 次半径

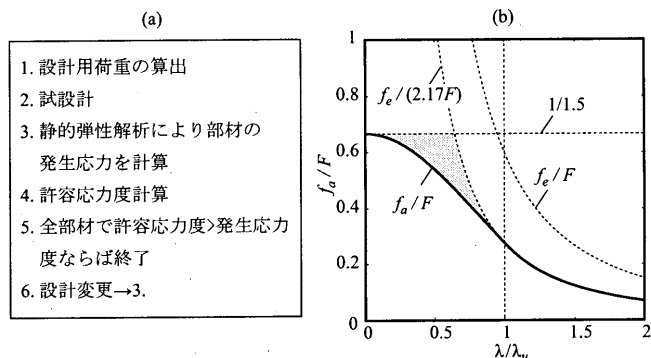


図 1 (a) 現行設計法のフロー、(b) 鋼構造設計規準による長期許容圧縮応力度曲線

$r = \sqrt{I/A}$ を用いて細長比 λ は $\lambda = l/r$ と定義される。また、限界細長比は $\lambda_u = \pi\sqrt{E/(0.6F)}$ である。 $\lambda < \lambda_u$ の場合は非弾性座屈を対象とした設計式である。 $\lambda > \lambda_u$ の場合は Euler の弾性座屈荷重における応力度 $f_e = \pi^2 EI/(Al^2) = \pi^2 E/\lambda^2$ から導かれる。安全率 v は残留応力や形状不整等に起因する座屈耐力のばらつきを考慮して定められており、 $\lambda = 0$ の時は $v = 1.5$ 、 $\lambda = \lambda_u$ の時は $v = 2.17$ となる。また、 $\lambda > \lambda_u$ の時の安全率は 2.17 である。

鋼構造塑性設計指針¹⁾では、スウェイの有無に応じて有効座屈長さ l を算定する計算式が示されている。 l_0 を柱の節点間距離、 K を座屈長さ係数として、座屈長さは以下のように算定される。

$$l = Kl_0 \quad (2)$$

スウェイが無い場合、安全側であるとして $K = 1$ とするか、節点移動が無い場合の周期境界条件 (柱両端の回転角は大きさが等しく逆符号) を仮定して、以下の方程式の解として K を計算する。

$$\frac{G_A G_B}{4} \hat{K}^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2}\right) \left\{1 - \frac{\hat{K}}{\tan(\hat{K})}\right\} + \frac{2 \tan(\hat{K}/2)}{\hat{K}} = 1 \quad (3)$$

ここで、 $\hat{K} = \pi/K$ であり、 G_A と G_B は柱の両端の節点の拘束度合いを表す係数である。スウェイがある場合は、これに応じた周期境界条件 (柱両端の回転角が等しい) を考慮して、 K は以下の方程式の解として得られる。

$$\frac{G_A G_B \hat{K}^2 - 36}{6(G_A + G_B)} = \frac{\hat{K}}{\tan \hat{K}} \quad (4)$$

G_A および G_B の定め方の詳細と、 G_A 、 G_B と座屈長さ係数 K の関係をあらわす図表は鋼構造塑性設計指針¹⁾を参照。

3 線形座屈解析を用いた座屈設計法

3.1 基本仮定と基礎式

本論文では、以下の仮定を設ける。(1) 荷重による構造物の変形が比較的小さく、座屈前変形が座屈荷重に与える影響が十分に小さ

い。(2) 部材の幅圧比制限と補剛材の間隔等の規定により局部座屈と横座屈は拘束されており、曲げ座屈のみ考慮する必要がある。

現行設計法における「長期荷重に対する検討」に対応して、 Λ を荷重係数とし、設計荷重 \mathbf{P} を荷重モードとする漸増比例荷重

$$\mathbf{F} = \Lambda \mathbf{P} \tag{5}$$

を考える。線形座屈解析では、構造物の初期剛性行列 \mathbf{K}_0 と幾何剛性行列 \mathbf{K}_G を用いて一般固有値問題を形成する。設計荷重 \mathbf{P} に対して、線形弾性釣合式は以下のように書ける。

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_0 \mathbf{U} \tag{6}$$

ここで \mathbf{U} は \mathbf{P} に対応する変位である。この釣合式を解いて得られる第 j 部材の軸力を n_j とし、第 j 成分が n_j であるベクトルを \mathbf{n} であらわす。 n_j は引張りを正とする。 \mathbf{K}_G は部材に発生する軸力 \mathbf{n} の関数であるので \mathbf{K}_G は $\mathbf{K}_G(\mathbf{n})$ と表現できる。 $\mathbf{K}_G(\mathbf{n})$ が \mathbf{n} に関して線形であることに注意すると一般固有値問題は式 (7) のように定式化でき、座屈荷重係数と座屈モードは式 (7) を満たす固有値と固有ベクトルとして、それぞれ求められる。

$$(\mathbf{K}_0 + \Lambda \mathbf{K}_G(\mathbf{n})) \mathbf{q} = \mathbf{0} \tag{7}$$

3.2 これまでに提案されている座屈設計法とその問題点

線形座屈解析を用いた設計法のうち最も単純なものとして、以下の二項目を検定する方法が考えられる。(1) 存在応力度 σ_j が材料強度 F_j のみから定まる許容応力度 $F_j/1.5$ 以下であることを全部材で確認。(2) 一次座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(1)}$ が設計用荷重係数 $\Lambda = 1$ と安全率 2.17 の積よりも大きいことを確認。ここで部材軸力 n_j に対応する応力 (圧縮を正とする) を $\sigma_j (= -n_j/A_j)$ であらわす。しかし、これらの検討のみでは現行の設計では考慮していた部材断面の部分的な塑性化等による座屈耐力の低下を考慮できない。つまり、図 1 の灰色部分において危険側の評価を行っていることになる。

もう一つの方法として、一次座屈荷重時の応力 $\Lambda_e^{(1)} \sigma_j$ を用いて有効細長比 λ_j を次式により求め、式 (1) を用いて許容圧縮応力度 f_a を算定し、全部材において $\sigma_j \leq f_a(\lambda_j)$ を確認する方法がある。

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\Lambda_e^{(1)} \sigma_j}} \tag{8}$$

この手法によれば安全側の設計が行えるが、一般に、許容圧縮応力度を必要以上に小さく評価し、安全率を過剰に評価していることになる。例として図 2 に示す、節点の水平変位が拘束されたピン接合骨組 ($I_1/L_1^2 > I_2/L_2^2$ を仮定) を考える。本骨組では部材 1 の有効座屈長さ l_1 は部材長 L_1 として許容圧縮応力度を求めるべきであるが、一次の座屈荷重時 (部材 2 の座屈時) の応力 $\Lambda_e^{(1)} \sigma_1$ を用いると l_1 が $L_2 \sqrt{I_1/I_2}$ となり、 L_1 より大きくなる。

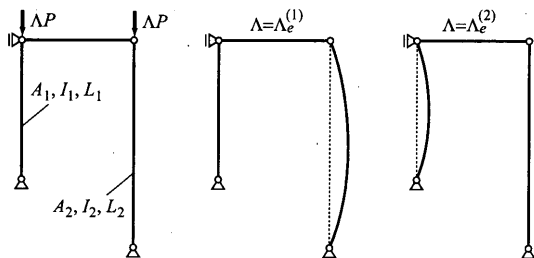


図 2 節点の水平移動が拘束されたピン接合骨組の座屈モード

これらの問題点を解決するため多くの手法が提案されているが、いづれの手法も課題を残している^{9,10,15)}。本論文では、これらの中で高次固有値法^{9,17)}を取り上げ、その特徴と問題点を以下に述べる。

高次固有値法では、第 j 部材の有効細長比 λ_j を評価する際に、その部材の変形が卓越する座屈モードを有する固有値 $\Lambda_e^{(i)}$ を用いて

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\Lambda_e^{(i)} \sigma_j}} \tag{9}$$

により λ_j を計算する。つまり、最低次の固有値 $\Lambda_e^{(1)}$ のみならず、2 次以上の高次の固有値 $\Lambda_e^{(i)} (i \geq 2)$ も用いて有効細長比を評価するのが特徴といえる。高次固有値法では、最低次の固有値のみを用いる場合と比較して、より合理的な座屈長さの算定が行える。ピン接合骨組では高次固有値法の有効性は顕著であり、例えば図 2 の骨組では、部材 1 が座屈する 2 次の座屈荷重時の応力 $\Lambda_e^{(2)} \sigma_1$ を用いることにより部材 1 の座屈長さを適格に評価できる。また、一般固有値問題を一度解くのみでよいので、固有値解析を繰返し行う必要のある手法^{9,10)}と比較して計算負荷も小さい。一方で、以下のような問題点がある。

1. 各座屈モードにおいて、どの部材の変形が卓越しているかを判定する方法が明確でない。
2. 何次のモードまで考慮すれば良いかが明確でない。

3.3 提案座屈設計法

3.3.1 基本方針

実務の建築構造設計において高次固有値法を適用するには、上記の二つの問題を解決することが不可欠である。本章ではこれらの問題点を解決するための基本的枠組を提案する。本提案手法の基本方針を以下にまとめる。

1. 弾性座屈に対しては、線形座屈解析結果を直接用いて骨組全体の座屈の検討を行う。具体的には、一次座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(1)}$ が $\Lambda_e^{(1)}/2.17 > 1$ を満たす事を確認する。ここで右辺の 1 は設計用荷重時の荷重係数であり、左辺の分母の 2.17 は安全率である (本論文では許容圧縮応力度曲線の個材の弾性座屈時の安全率と一致するように骨組の弾性座屈時の安全率 2.17 を定めた)。
2. 非弾性座屈に関しては、許容圧縮応力度曲線を用いて個材レベルで間接的に評価を行う。具体的には、設計荷重時の圧縮応力度 σ_j が、線形座屈解析から求まる有効細長比 λ_j を許容圧縮応力度曲線に代入して得られる $f_a(\lambda_j)$ 以下であることを確認する。
3. 許容応力度を過小に評価することを避けるため、最低次のみならず高次の座屈荷重も用いる。さらに、各次の座屈モードで主要な変形をしめる部材 (本論文では座屈関連部材と呼ぶ) を選択し、座屈関連部材に関してのみ $f_a(\lambda_j)$ を用いた検討を行う。
4. ある定数 $\bar{\Lambda}$ 以下の座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ に対してのみ座屈に対する検討を行う。 $\Lambda_e^{(i)} < \bar{\Lambda}$ の範囲で座屈関連部材に選ばなかった部材については座屈に対する検討は不要であると考え、設計荷重時の応力度 σ_j が材料から定まる許容応力度 $F/1.5$ 以下であることをのみを確認する。

本論文では、これらの基本方針を系統的に定式化するため、設計用許容荷重係数と呼ぶ荷重係数 $\Lambda_d^{(i)}$ を導入する。座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ に部材の塑性化等や安全率を考慮した低減率 $\beta^{(i)}$ をかけたものとして、 $\Lambda_d^{(i)}$ を以下のように定義する。

$$\Lambda_d^{(i)} = \beta^{(i)} \Lambda_e^{(i)} \tag{10}$$

本提案座屈設計法の手順の概要は以下のとおりである。

1. 全部材において $\sigma < F_j/1.5$ を確認
2. $\Lambda_e^{(i)} < \bar{\Lambda}$ を満たす次数 i について $\Lambda_a^{(i)} > 1$ を確認

以下では $\Lambda_a^{(i)}$ と $\bar{\Lambda}$ をどのように定めるかについて述べる。

3.3.2 設計用許容荷重係数 $\Lambda_a^{(i)}$

設計用許容荷重係数 $\Lambda_a^{(i)}$ を定めるには、低減率 $\beta^{(i)}$ を求める必要がある。 $\beta^{(i)}$ を求めるには、まず、座屈関連部材を選定する。第 i 次の座屈モードに対応する座屈関連部材の部材番号の集合を $\Omega^{(i)}$ とする。次に $\Omega^{(i)}$ に属する各部材 j に対して弾性座屈荷重からの低減率 $\tilde{\beta}_j^{(i)}$ を計算し、この中で最小のものを第 i モードの低減率 $\beta^{(i)}$ とする。

本論文では、曲げ剛性の変化による座屈荷重係数の変化が大きい部材を座屈関連部材として選択する。座屈荷重係数の部材の曲げ剛性に関する感度係数を用いて座屈荷重の変化を調べる。第 j 部材の曲げ剛性を $\alpha_j EI_j$ で表し、各変数の α_j に関する微分を $(\)_{,j}$ を用いて表す。この時、第 i 次の固有モードを $\mathbf{q}_e^{(i)}$ として、第 i 次座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ の α_j に関する感度を

$$\Lambda_{e,j}^{(i)} = \frac{\partial \Lambda_e^{(i)}}{\partial \alpha_j} \approx - \frac{\mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_{0,j} \mathbf{q}_e^{(i)}}{\mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_G(\mathbf{S}) \mathbf{q}_e^{(i)}} \quad (11)$$

の近似式により評価する。式 (11) の最右辺は、第 i 次モードに対応する第 j 部材の曲げ成分に関する (正規化された) ひずみエネルギーとみなすこともできる。第 i 次の座屈モードに対応する座屈関連部材の部材番号の集合 $\Omega^{(i)}$ は、 γ を閾値として、次式を満たす j の集合として求める。 Ω_0 は全部材番号の集合である。

$$|\Lambda_{e,j}^{(i)}| > \gamma \max_{j \in \Omega_0} |\Lambda_{e,j}^{(i)}| \quad (12)$$

座屈関連部材が選択されたとしてどのように低減率 $\beta^{(i)}$ を求めるかを考える。第 i 次モードに対する第 j 部材の有効細長比 $\lambda_j^{(i)}$ を次式で定義する。

$$\lambda_j^{(i)} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\Lambda_e^{(i)} \sigma_j}} \quad (13)$$

有効細長比 $\lambda_j^{(i)}$ と座屈荷重時の応力度 $\Lambda_e^{(i)} \sigma_j$ を用いて、第 j 部材の低減率 $\tilde{\beta}_j^{(i)}$ と骨組全体の低減率 $\beta^{(i)}$ は以下のように求められる。

$$\tilde{\beta}_j^{(i)} = \frac{f_a(\lambda_j^{(i)})}{\Lambda_e^{(i)} \sigma_j}, \quad \beta^{(i)} = \min_{j \in \Omega^{(i)}} \tilde{\beta}_j^{(i)} \quad (14)$$

定義より $\beta^{(i)} \leq 1/2.17$ であるので、 $\Lambda_a^{(1)} > 1$ ならば、弾性座屈に対する検定式 $\Lambda_e^{(1)}/2.17 > 1$ は自動的に満たされる。

3.3.3 考慮する座屈荷重係数の上限 $\bar{\Lambda}$

設計用許容荷重係数 $\Lambda_a^{(i)}$ は弾性座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ と異なり、次数 i の増加に対して単調増加とならない (Appendix B)。そのため、厳密には全ての次数に対して $\Lambda_e^{(i)}$ を求めた上で、 $\Lambda_a^{(i)} \geq 1$ を確認する必要がある。しかし、計算負荷と手法の簡便さの両方の観点からこれは望ましくない。そこで、本節では、全ての次数ではなく $\Lambda_e^{(i)} < \bar{\Lambda}$ を満たす低次から数次の座屈荷重係数について設計用許容荷重係数をチェックするだけで、近似的ではあるが実用上十分な精度で座屈に対する検討を行うことを考える。

有効細長比が非常に小さい部材は使用頻度が低く、断面の部分的塑性化や不整等による座屈耐力の低下も小さいことに着目して、

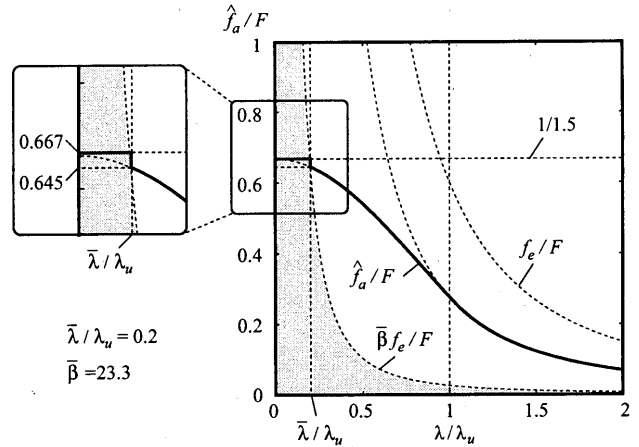


図3 提案手法による許容圧縮応力度 f_a

本論文では細長比 $\lambda_j^{(i)}$ が指定値 $\bar{\lambda}$ 以下の部材に対しては、非弾性座屈による耐力の低下を考慮しないこととする。つまり、 $\lambda_j^{(i)} > \bar{\lambda}$ の場合のみ許容圧縮応力度曲線を用いた検討を行い、 $\lambda_j^{(i)} \leq \bar{\lambda}$ となる部材に対しては $\sigma_j \leq F_j/1.5$ を確認するのみとする。このように修正して得られる修正許容応力度曲線 $\hat{f}_a(\lambda)$ を図3の太実線で示す。この修正許容応力度曲線を用いれば、考慮する座屈荷重係数の上限 $\bar{\Lambda}$ を $\bar{\Lambda} = 1/\bar{\beta}$ とすればよい。この根拠を以下に示す。

$\bar{\lambda}$ に対応する低減率を $\bar{\beta}(= f_a(\bar{\lambda})/f_e(\bar{\lambda}))$ とする。定義より $\Lambda_e^{(i)} \sigma_j = f_e(\lambda_j^{(i)})$ であることに注意すると、座屈荷重係数が $\Lambda_e^{(i)} \geq 1/\bar{\beta}$ を満たすならば、設計荷重時の圧縮応力度 σ_j は $\lambda_j^{(i)}$ の値にかかわらず

$$\sigma_j = f_e(\lambda_j^{(i)})/\Lambda_e^{(i)} \leq \bar{\beta} f_e(\lambda_j^{(i)}) \quad (15)$$

を満足する。図3の灰色部分は上式を満たす σ_j の領域を示す。これは見方を変えれば、有効細長比が次式を満たす事を意味する。

$$\lambda_j^{(i)} \leq \sqrt{\pi^2 E \bar{\beta} / \sigma_j} \quad (16)$$

図3より $\lambda_j^{(i)} > \bar{\lambda}$ ならば、明らかに次式が成立する。

$$\sigma_j < \bar{\beta} f_e(\lambda_j^{(i)}) \leq f_a(\lambda_j^{(i)}) \quad (17)$$

よって、全部材で $\sigma_j \leq F/1.5$ ならば、式 (14) で f_a を \hat{f}_a に置き換える事により、 $\Lambda_a^{(i)} > 1$ が常に成立する (Appendix C)。

座屈荷重係数の数は自由度数に一致するので、一般の構造モデルではその数は膨大になる。しかし、その大多数は値が非常に大きく、実際に起こり得る現象として検討する必要はない。従って、本手法のように検討の対象となる座屈荷重係数の範囲を絞り込むことの意義は大きい。また、本手法により座屈に対する検討が必要な部材及び座屈モードを絞り込むことができるともいえる。

このように検討を行う座屈荷重の次数を絞り込むことで、 $\lambda \leq \bar{\lambda}$ の範囲において現行手法と提案手法の許容応力度間に不整合が生じる。しかし、 $\bar{\lambda}/\lambda_u$ を 0.2 (長さが 400cm で直径 60cm の単純支持鋼管相当) 程度に設定すれば、実際の設計で用いられる部材の細長比がこの値を下回る事極めて稀であり、許容応力度の差もわずかである。例として $\bar{\lambda}/\lambda_u = 0.2$ の時の許容応力度は $f_a(\bar{\lambda})/F = 0.645$ であり、 $1/1.5 = 0.667$ との差は 3.3% である。

表2 現行座屈設計法と提案座屈設計法における手順の概略の比較

現行設計法	提案設計法
a. 静的弾性解析	A. 静的弾性解析
b. 各部材の発生応力度算出	B. 各部材の発生応力度算出
c. 各部材の座屈長さの仮定と許容圧縮応力度算出	C. 発生応力度 ≤ 材料強度のみから定まる許容圧縮応力度の確認
d. 発生応力度 ≤ 許容応力度の確認	D. 設計用許容荷重係数 ≥ 1 の確認

3.3.4 適用限界

本論文では、本手法を一般の中低層建築物の設計や高層建築物の一次設計の許容応力度設計の代替案であると位置付け、線形弾性応力解析から得られる結果のみを利用するとの立場に立つ。よって、複数の部材における断面の部分的塑性化が連成して座屈する現象や、梁端に塑性ヒンジが形成されて座屈長さが長くなる現象、および、柱の接線剛性が低下して座屈長さが短くなる現象などは扱えない。これらを考慮した検討が必要な場合は、有限要素法を用いた非線形解析等により精算を行う必要がある。しかし、一般のオフィスビルや住宅では提案手法で十分な検討が行えると考えられる。

これらの適用限界とは別に、座屈関連部材を選択する際の閾値 γ の値の設定に関して物理的に明快な根拠が乏しい点に本手法の課題が残る。そこで、閾値 γ の設定については、第4章設計例の数値実験を通じてさらに検討を加える。

3.4 既存設計法と提案設計法の比較

現行設計法と提案設計法の手順の比較を表2に示す。現行設計法のc、dでは全部材において塑性化と座屈に対する検討を行っている。一方、提案設計法のCとDでは、座屈関連部材に対してのみ塑性化と座屈の両方に対する検討を行い、それ以外の部材では塑性化に対する検討のみを行う。この点が提案手法の特徴である。

現行設計法でも規則的な骨組に対しては部材端部の固定度に応じて適当な座屈長さを算出する手法¹⁾が使用できる。また、不規則な骨組の座屈荷重を扱った研究^{11,12)}もある。しかし、これらの手法では、あらかじめ部分架構の座屈モードを仮定する必要がある。一方、本手法では、検討すべき座屈モードや部材を計算結果として得ることができ、節点移動の有無に関する分類や周辺部材の境界条件に関する分類の必要がない。本手法では、高次固有値法^{9,17)}と同様に高次の座屈荷重を用いるが、(1)座屈に関係のある部材を選択する手法を提案した点と、(2)考慮すべき座屈荷重の範囲を制限する手法を提案した点の2点に提案座屈設計法の新規性がある。

4 設計例

4.1 設計骨組

図4(a)の純ラーメン3層3スパン骨組の設計例を通じて既存設計法と提案設計法を比較する。骨組は図4(b)に示す鉛直荷重を受ける。数字とアルファベットの組合せを用いて部材の番号を示す。C=柱、V=ブレース、G=梁を意味し、アルファベットの左側と右側の数字は、それぞれ、部材が配置されている階数と左から数えた時の部材番号を示す。例えば、1C3の場合は1階の左から3番目の柱を意味する。左側の数字が無い場合は、全層の部材を意味する。各部材の記号を図4(a)に示す。本論文では使用鋼材はF値325のSN490B材とし、ヤング係数Eは20.6MN/cm²とする。

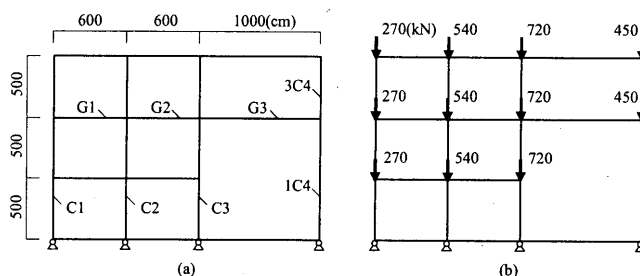


図4 (a)3層3スパン骨組、(b)鉛直荷重

4.2 既存の座屈設計手法による設計

この骨組では、節点移動を伴わない部材単独座屈と節点移動を伴う第1層スウェイ座屈の二つのタイプの弾性座屈が起こる可能性があり、三谷ら¹¹⁾により、どちらの座屈が起こるかを判別する方法が提案されている。本例題では表3の長柱以外の柱の曲げ剛性(太字)のみが異なるModel IとIIの二つの設計について検討を行う。三谷ら¹¹⁾の結果によれば、Model Iでは第1層のスウェイ座屈が起こり、Model IIでは長柱の単独座屈が生じる。

このように荷重と部材の配置が共に不規則な骨組には、規則性を前提とする鋼構造塑性設計指針¹⁾の手法は直接適用できない。しかし、比較のため、鋼構造塑性設計指針のスウェイがある場合の手法を直接適用した時の断面検討結果を表4及び表5に示す。1階の柱が最も危険側になるので、この部分の検討結果のみを示す。ここで K^D は座屈長さ係数を表す。Model IとIIのいずれのモデルにおいても、節点の水平移動があるとして K^D を求めた。 l^D と λ^D は K^D から求めた有効座屈長さ¹⁾と有効細長比であり、 f_a^D は λ^D から定まる許容応力度である。また σ^D は設計荷重時の圧縮応力度である。

4.3 線形座屈解析を用いた設計

線形座屈解析から得た固有モードを図5と図7に示す。また、感度解析の結果を図6と図8に示す。これらの図では、各部材の太さが感度係数の絶対値あらわす。感度係数の絶対値は、各モード

表3 3層3スパン骨組の設計部材断面

部材	Model I			Model II		
	A(cm ²)	I(cm ⁴)	r(cm)	A	I	r
C1-C3, 3C4	219	33300	12.3	219	66600	17.4
1C4	107	16900	12.6	107	16900	12.6
G1-G3	134	77600	24.1	134	77600	24.1

表4 3層3スパン骨組 (Model I) の長期荷重時断面検討

部材	K^D	l^D (cm)	λ^D	f_a^D (kN/cm ²)	σ^D (kN/cm ²)	σ^D/f_a^D	判定
1C1	1.24	620	50	17.7	3.73	0.21	OK
1C2	1.13	565	46	18.3	7.37	0.40	OK
1C3	1.22	610	49	17.8	9.84	0.55	OK
1C4	1.20	1200	95	10.3	8.45	0.82	OK

表5 3層3スパン骨組 (Model II) の長期荷重時断面検討

部材	K^D	l^D (cm)	λ^D	f_a^D (kN/cm ²)	σ^D (kN/cm ²)	σ^D/f_a^D	判定
1C1	1.45	725	42	18.9	3.72	0.20	OK
1C2	1.25	625	36	19.6	7.37	0.38	OK
1C3	1.40	700	40	19.0	9.84	0.52	OK
1C4	1.31	1310	104	8.8	8.44	0.96	OK

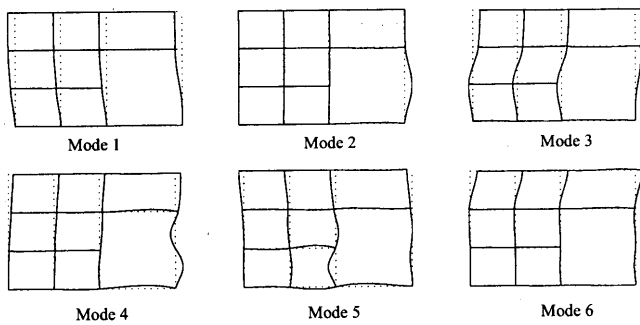


図5 Model I の座屈モード

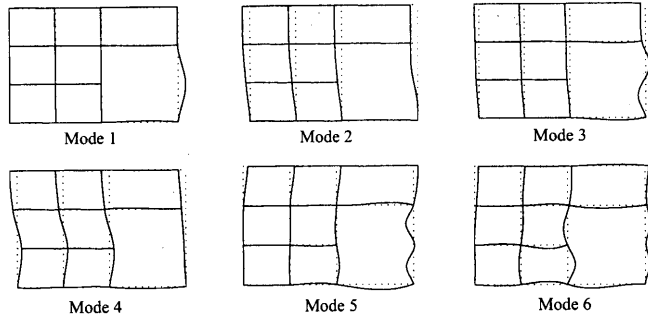


図7 Model II の座屈モード

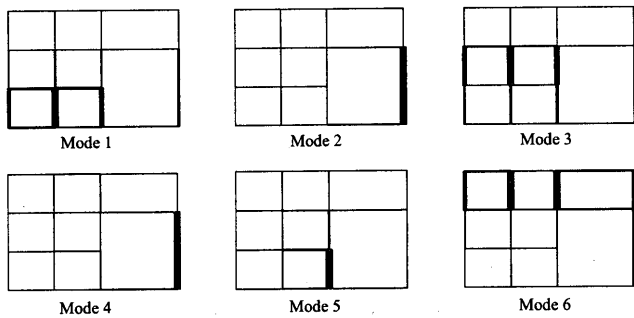


図6 Model I の座屈荷重係数の部材曲げ剛性に関する感度

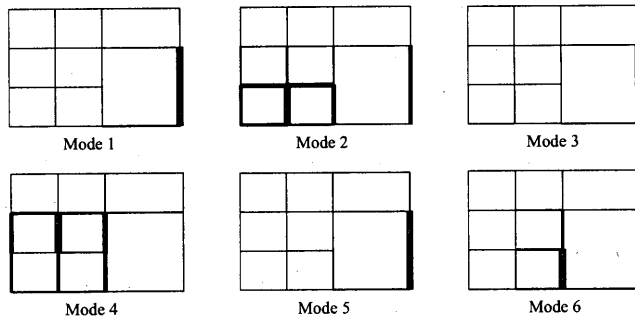


図8 Model II の座屈荷重係数の部材曲げ剛性に関する感度

表6 Model I の座屈荷重と座屈関連部材及び設計用許容荷重

Mode	$\Lambda_e^{(i)}$	$\Omega^{(i)}$	$\partial\Lambda_e^{(i)}/\partial\alpha_j$	$\beta_j^{(i)}$	$\Lambda_{a_j}^{(i)}$	λ
1	11.88	1C1	0.49	0.337	4.01	68
		1C2	1.00	0.205	2.44	49
		1C3	0.60	0.161	1.91	42
		1C4	0.30	0.183	2.18	45
		2G1	0.30	0.461	5.47	-
		2G2	0.31	0.461	5.47	-
2	13.02	1C4	1.00	0.170	2.21	43
3	20.48	1C1	0.24	0.229	4.69	52
		1C2	0.27	0.129	2.64	37
		1C3	0.33	0.010	2.03	32
		2C1	0.63	0.308	6.30	63
		2C2	1.00	0.183	3.74	45
2C3	0.74	0.143	2.92	39		
4	27.70	1C4	1.00	0.086	2.39	30
5	34.87	1C3	1.00	0.060	2.10	24
		2G2	0.20	0.461	16.0	-
		2C3	0.23	0.088	3.08	30
6	42.06	1C4	0.34	0.058	2.45	24
		3C1	0.59	0.303	12.7	63
		3C2	1.00	0.179	7.51	44
		3C3	0.98	0.140	5.87	39
		3C4	0.40	0.207	8.69	49
4G3	0.21	0.461	19.4	-		

表7 Model I の余裕率の比較

部材	λ^D	λ	λ/λ^D	Λ_a^D	Λ_a	Λ_a/Λ_a^D	Mode
1C1	50	68	1.36	4.76	4.01	0.84	1
1C2	45	49	1.09	2.49	2.44	0.98	1
1C3	49	42	0.86	1.81	1.91	1.06	1
1C4	95	45	0.47	1.22	2.18	1.79	1
2C1	54	63	1.16	6.92	6.30	0.91	3
2C2	48	45	0.94	3.68	3.74	1.02	3
2C3	51	39	0.76	2.69	2.92	1.09	3

表8 Model II の座屈荷重と座屈関連部材及び設計用許容荷重

Mode	$\Lambda_e^{(i)}$	$\Omega^{(i)}$	$\partial\Lambda_e^{(i)}/\partial\alpha_j$	$\beta_j^{(i)}$	$\Lambda_{a_j}^{(i)}$	λ
1	13.25	1C4	1.00	0.167	2.21	43
		1G1	0.33	0.461	8.24	-
2	17.88	1G2	0.22	0.461	8.24	-
		1C1	0.39	0.254	4.54	56
		1C2	1.00	0.145	2.60	40
		1C3	0.52	0.112	2.01	34
		1C4	0.57	0.129	2.30	37
		2G1	0.56	0.461	8.24	-
3	28.86	2G2	0.61	0.461	8.24	-
		2C2	0.30	0.201	3.66	49
		1C4	1.00	0.083	2.40	29
4	35.95	1C1	0.31	0.143	5.13	39
		1C2	0.41	0.077	2.76	28
		1C3	0.50	0.059	2.10	24
		2C1	0.57	0.201	7.23	48
		2C2	1.00	0.112	4.02	34
		2C3	0.67	0.086	3.09	30
5	52.60	3G1	0.33	0.461	16.6	-
		3G2	0.24	0.461	16.6	-
5	52.60	1C4	1.00	0.047	2.47	22
6	58.02	1C3	1.00	0.037	2.14	19
		1C4	0.38	0.043	2.48	21
		2G2	0.21	0.461	26.7	-
2C3	0.38	0.055	3.17	23		

表9 Model II の余裕率の比較

部材	λ^D	λ	λ/λ^D	Λ_a^D	Λ_a	Λ_a/Λ_a^D	Mode
1C1	42	56	1.33	5.06	4.54	0.89	2
1C2	36	39	1.08	2.66	2.60	0.97	2
1C3	40	34	0.85	1.94	2.01	1.04	2
1C4	104	43	0.41	1.04	2.21	2.13	1
2C1	46	48	1.04	7.35	7.23	0.98	4
2C2	38	34	0.89	3.93	4.02	1.02	4
2C3	42	30	0.71	2.86	3.09	1.08	4

において最大値が1となるように正規化した。また、弾性座屈荷重係数と全ての座屈関連部材に対する設計用許容荷重係数を表6と表8にまとめる。これは座屈関連部材を選択する際の閾値を $\gamma = 0.2$ とした場合の結果である。Model I では4次以上、Model II では3次以上のモードでは $\Lambda_e^{(i)} > 1/\beta = 23.3$ となるため、設計用許容荷重 $\Lambda_e^{(i)}$ に関する検討を行う必要は無いが、参考のために6次以下の全モードについての結果を示す。これらの図表からの観察事項と考察は以下のとおりである。

- Model I では第1層のスウェイ座屈が1次、長柱の個体座屈が2次の弾性座屈モードとなっている。一方、Model II では Model I とは逆の結果になっている。これらの結果は三谷ら¹¹⁾の結果と整合している。三谷ら¹¹⁾の手法では、座屈モードをあらかじめ仮定する必要があるが、本手法では線形座屈解析の計算結果としてこれらの座屈モードを得ることができる。
- Model II では2次の設計用許容荷重係数の方が1次の設計用許容荷重係数より小さい。これは、弾性座屈のみを考える場合は1C4の柱が最もクリティカルになるが、非弾性座屈を考慮した場合は1C3の柱が最もクリティカルになることを意味する。

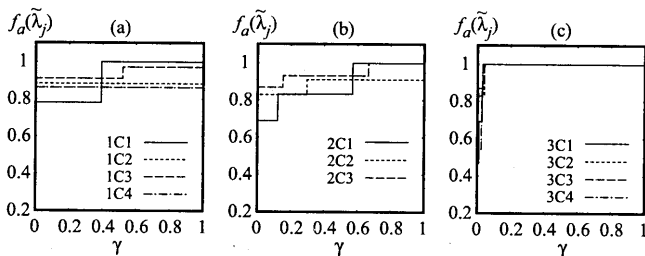


図9 Model II の各部材の許容圧縮応力度 $f_a(\tilde{\lambda}_j)$ の閾値 γ に対する変化 ($F/1.5$ で正規化) : (a) 第一層、(b) 第二層、(c) 第三層

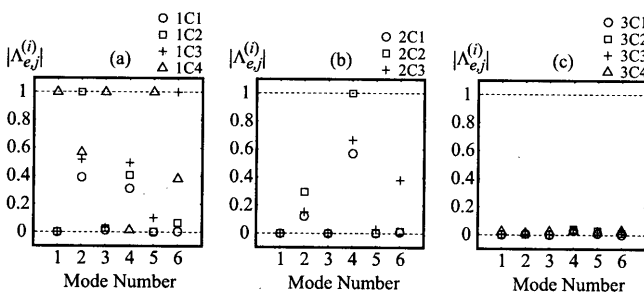


図10 Model II の座屈荷重の曲げ剛性に関する感度 $\Lambda_{e,j}^{(i)}$ (最大値が1となるよう正規化) : (a) 第一層、(b) 第二層、(c) 第三層

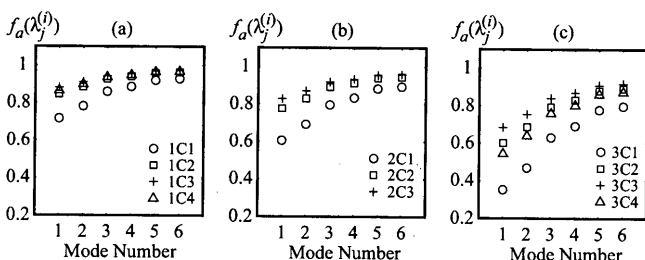


図11 Model II の各次の座屈荷重時の軸力から求めた許容圧縮応力度 $f_a(\lambda_j^{(i)})$ ($F/1.5$ で正規化) : (a) 第一層、(b) 第二層、(c) 第三層

- 座屈関連部材として梁が選択される場合があるが、座屈荷重時の圧縮応力度 $\Lambda_e^{(i)} \sigma_j$ が $0.6F$ 以下の場合には部材断面の部分的な塑性化を考慮する必要はないので、弾性座屈とみなして低減率を $\beta_j = 1/2.17 = 0.461$ として処理すれば問題ない。

4.4 既存の手法と提案手法の結果の比較

表7と表9に各部材の座屈長さや設計用許容荷重の比較を示す。既存の座屈設計法では $\Lambda_{aj}^D = f_{aj}^D / \sigma_j^D$ を余裕率と定義する。提案座屈設計法では各部材に対して計算した設計用許容荷重係数

$$\bar{\Lambda}_{aj} = \frac{f_a(\tilde{\lambda}_j)}{\sigma_j}, \quad \tilde{\lambda}_j = \max_i \lambda_j^{(i)} \tag{18}$$

を余裕率とする。長柱1C4では鋼構造塑性設計指針¹⁾の計算手法に基づく余裕率が提案手法の余裕率の半分程度であった。これより、提案手法を用いれば、長柱で大幅に断面を縮小できるといえる。一方、長柱以外では、塑性設計指針と本提案手法による余裕率の差はModel Iで最大16%、Model IIで最大11%程度であり、長柱以外では既存の手法と提案設計法のどちらが安全側との判断は行えなかった。

4.5 座屈関連部材選択時の閾値 γ の設定

3.3.4章でも述べたように、座屈関連部材を選択する際の閾値 γ をどのように設定すれば良いかについては明確な物理的根拠が欠けている。そこで、本節ではModel IIの数値実験を通じて γ の設定についての検討を行う。式(18)で設計用許容荷重係数 $\bar{\Lambda}_{aj}$ が $f_a(\tilde{\lambda}_j)$ に比例することに着目し、 $f_a(\tilde{\lambda}_j)$ の γ に対する変化を調べた結果を図9に図示する。また、座屈荷重 $\Lambda_e^{(i)}$ の部材曲げ剛性に関する感度係数 $\Lambda_{e,j}^{(i)}$ と、 $\gamma = 0$ として各次の座屈荷重時の軸力から求めた許容圧縮応力度 $f_a(\lambda_j^{(i)})$ を、それぞれ図10と図11に示す。図7-11から、 γ を0.1~0.2程度に設定すれば、多少安全側であるがスウェイ座屈する場合も含めて座屈関連部材を適切に選択できると考えられる。しかし、 γ の設定については一次元有限要素法等を用いた非線形解析との結果の比較など、更なる検討が必要である。

極端な例として $\gamma = 0$ の場合と $\gamma = 1$ の場合を考える。 $\gamma = 0$ の場合は、全部材が座屈関連部材として選択される。既に述べたように、座屈現象に関係ない部材において許容圧縮応力度を過小に評価することになるため、過度に安全な設計となる。一方、 $\gamma = 1$ の場合は、Model IIの柱1C3のようにクリティカルとなる柱を見逃す可能性があるため、危険側に評価していることになる。

5 結論

本論文の結論は以下のとおりである。

1. 線形座屈解析を用いた座屈設計法の基本的枠組を提案した。本手法の特徴は以下のとおりである。
 - 本手法では、高次を含む弾性座屈荷重を線形座屈解析より求め、これに低減率をかけて得られる設計用許容荷重が設計用荷重を上回ることを確認する。低減率は「各座屈モードで主要な変形を占める部材における設計用荷重時の圧縮応力度が、座屈荷重時の応力度から逆算して得られる許容圧縮応力度を下回る」という条件から定める。
 - 座屈とは関連の無い部材において許容圧縮応力度を過度に小さく評価するという、線形座屈解析を用いた既存の座屈設計法の問題を有しない。

- 考慮すべき座屈荷重の上限を理論的に明確な根拠に基づき誘導した。現行の座屈設計法からの実質的な計算負荷の増加は、低次から数次の座屈荷重を求める線形座屈解析のみであり、わずかであるといえる。
 - 節点移動の有無についての分類が不要である。考慮すべき座屈モードは計算結果(低次の固有モード)として得られる。
 - 非弾性座屈は個材レベルでしか扱えないが、弾性座屈については骨組全体を対象として座屈解析を行うため、複数の部材が連成する座屈を扱うことができる。
 - 線形弾性応力解析の結果を用いて座屈耐力を計算しているため、座屈に対する各部材の余裕率を把握しやすい。
2. 座屈長さの計算が難しい、吹き抜け柱を持つ純ラーメン3層3スパン骨組の設計例を通じて、提案手法による座屈耐力の検討結果を例示した。また、現行の座屈設計法と比較して、提案手法により長柱において大幅に断面を縮小できることを例証した。
 3. 今後の課題として、本論文では考慮しなかった地震荷重などの複合荷重、圧縮と曲げの組み合わせ応力度、載荷構面外変形を伴う座屈(ねじれ座屈、曲げねじれ座屈)等を扱えるように提案手法を一般化することがあげられる。また、次元有限要素法による検証も必要である。

Appendix A

第 i 次の座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ の α_j に関する感度 $\Lambda_{e,j}^{(i)}$ は

$$\Lambda_{e,j}^{(i)} = -\frac{\mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_{0,j} \mathbf{q}_e^{(i)}}{\mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_G(\mathbf{n}) \mathbf{q}_e^{(i)}} - \frac{\Lambda_e^{(i)} \mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_G(\mathbf{n}_{,j}) \mathbf{q}_e^{(i)}}{\mathbf{q}_e^{(i)T} \mathbf{K}_G(\mathbf{n}) \mathbf{q}_e^{(i)}} \quad (19)$$

とあらわせるので、式(11)では上式の右辺第2項を無視していることになる。この項は、 α_j の変化に伴う部材軸力の変動により生じるが、通常の骨組では曲げ剛性を少し変更しても軸力が大きく変動することは無いため、第2項を無視しても計算結果に大きな影響を与えないと考えられる。このこととは別に、 $\mathbf{n}_{,j}$ を計算する必要がないので、計算負荷を大きく低減できるという利点がある。

Appendix B

座屈荷重の次数 i の増加に伴い座屈荷重係数 $\Lambda_e^{(i)}$ は単調増加するので、式(13)から有効細長比 $\lambda_j^{(i)}$ は単調減少する。式(14)から以下の関係式が得られる。

$$\bar{\Lambda}_{a,j}^{(i)} = \beta_j^{(i)} \Lambda_e^{(i)} = f_a(\lambda_j^{(i)}) / \sigma_j \quad (20)$$

設計荷重時の応力度 σ_j は定数であり、 $f_a(\lambda_j^{(i)})$ は単調増加する(図10)。よって、同一の部材 j に対する設計用許容荷重係数 $\bar{\Lambda}_{a,j}^{(i)}$ は単調増加する。 $\gamma=0$ であれば全ての部材が座屈関連部材として選択されるため、骨組全体の設計用許容荷重係数 $\Lambda_a^{(i)}$ も次数 i の増加に対して単調増加する。しかし、 $\gamma>0$ であれば座屈関連部材の集合 $\Omega^{(i)}$ は一般に次数 i ごとに異なるため、 $\Lambda_a^{(i)}$ は単調増加するとは限らない。

Appendix C

本 Appendix では、低減率 $\tilde{\beta}_j^{(i)}$ と有効細長比 $\lambda_j^{(i)}$ の関係から $\Lambda_e^{(i)} > \bar{\Lambda} (= 1/\bar{\beta})$ かつ $\lambda_j^{(i)} \geq \bar{\lambda}$ であれば $\Lambda_a^{(i)} \geq 1$ であることを示す。式(14)より $\tilde{\beta}_j^{(i)}$ は以下のようにあらわせる。

$$\tilde{\beta}_j^{(i)} = f_a(\lambda_j^{(i)}) / f_e(\lambda_j^{(i)}) \quad (21)$$

$\lambda_j^{(i)}$ と $\tilde{\beta}_j^{(i)}$ の関係を図12に図示する。なお、図12では表記の簡単のため、上添え字の (i) と下添え字の j を省略する。図12から

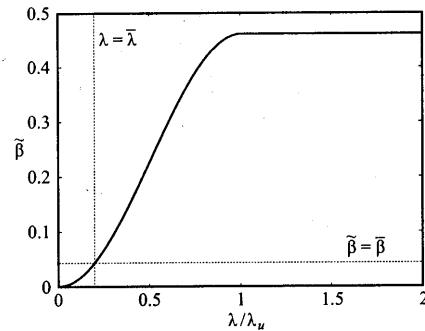


図12 低減率 $\tilde{\beta}$ と有効細長比 λ の関係

$\lambda_j^{(i)} \geq \bar{\lambda}$ であれば $\tilde{\beta}_j^{(i)} \geq \bar{\beta}$ であることがわかる。よって $\Lambda_e^{(i)} \geq 1/\bar{\beta}$ であれば、次式が成立する。

$$\tilde{\beta}_j^{(i)} \Lambda_e^{(i)} \geq \tilde{\beta}_j^{(i)} / \bar{\beta} \geq 1 \quad (22)$$

これより $\Lambda_e^{(i)} \geq 1/\bar{\beta}$ かつ $\lambda \geq \bar{\lambda}$ であれば次式が成立する。

$$\Lambda_a^{(i)} = \left(\min_{j \in \Omega^{(i)}} \tilde{\beta}_j^{(i)} \right) \Lambda_e^{(i)} \geq 1 \quad (23)$$

参考文献

- 1) 日本建築学会, 鋼構造塑性設計指針, 丸善, 1975.
- 2) 日本建築学会, 鋼構造座屈設計指針, 第2版, 丸善, 1996.
- 3) 日本建築学会, 鋼構造設計規準, 第3版, 丸善, 2002.
- 4) 日本建築学会, 鋼構造境界状態設計指針・解説, 第2版, 丸善, 2002.
- 5) AISC, Load and resistance factor design specification for structural steel buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 1993.
- 6) AISC, Manual of steel construction: Load and resistance factor design, American Institute of Steel Construction, 2nd ed., Chicago, IL, 1994.
- 7) W.F. Chen and S.E. Kim, LRF steel design using advanced analysis, CRC Press, Boca Raton, FL, 1997.
- 8) T.V. Galambos, Guide to stability design criteria for metal structures, 5th Ed., John Wiley & Sons, New York, NY, 1998.
- 9) 野上邦榮, 山本一之, 構造全体系の固有値解析による骨組部材の合理的な有効座屈長の評価, 土木学会論文集, No. 489, I-27, pp. 157-166, 1994.
- 10) 織田博孝, 宇佐美勉, 骨組構造物の座屈設計法の比較と評価, 土木学会構造工學論文集, Vol. 40A, pp. 249-262, 1994.
- 11) 三谷勲, 片平崇, 大谷恭弘, 長柱が混在する純ラーメンの座屈荷重, 日本建築学会構造系論文集, No. 557, pp. 161-166, 2002.7.
- 12) 柴田道生, 吹き抜け柱の座屈長さ, 日本建築学会構造系論文集, No. 567, pp. 133-139, 2003.5.
- 13) 日本建築学会, 応用力学シリーズ4, 構造物の崩壊解析 基礎編, 丸善, 1997.
- 14) Z. Bai, J. Demmel, J. Dongarra, A. Ruhe, and H.v.d. Vorst, Templates for the solution of algebraic eigenvalue problems, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2000.
- 15) 加藤史郎, 仁保裕, 金鐘敏, 軸圧縮される直行異方性円筒ラチスシェルの弾塑性座屈挙動, 日本建築学会構造系論文集, No. 573, pp. 111-118, 2003.11.
- 16) 日本建築センター, 建築物の構造規定-建築基準法施行令第3章の解説と運用-, 第3版, 新祥社, 1995.
- 17) 尾下邦榮, 吉田昭仁, 高次の座屈固有値を用いた有効座屈長の決定方法の提案, 土木学会第47回年次学術講演会, pp. 180-181, 1992.

(2004年7月1日原稿受理, 2004年8月18日採用決定)