

理系共通基礎科目における実践例

～ 線形代数 ～

数理科学コース・准教授
小林 正典

0. 線形代数とは

線形代数・微分積分は理系の基礎科目であり、特に工学系では事実上の必修となっています。いずれも全クラスを合わせると首都大生の約半数が受講しています。初回授業も、選択科目で授業の内容や魅力を伝えいくつかの選択肢の中から選んでもらう科目とは異なり、あまり選択の余地のない中でどのようにやる気にさせ、実力を付けさせていくか、という観点から行っています。

私は線形代数の責任者ですので、今回は線形代数、特に線形代数 I、II の b～g クラス（6 クラス、受講者合計約 600 名）に重点を置いてお話しさせていただきます。微分積分でも同様ですが、これらのクラスでは独自に体系化された特徴ある講義を行っています。そのため講義のシステム自体の説明にも初回授業で時間を割いています。

線形代数では、入力も出力も多変数であるような関数 $y=f(x)$ で、最も基本的な 1 次関係式の扱い方を中心に学びます。入力変数と出力変数の組に対応して数を長方形に並べた行列を用いて計算します。

1. 初回授業での説明事項

初回授業ではプリント（参考資料を参照のこと）を配布し、15 分程度で授業のシステムについて説明しますが、それを以下で述べます。

(1) 講義は共通化されている

この講義では、以下のように、毎週教える内容を始めさまざまな共通化を行っています。

・シラバス：カリキュラム（講義内容・進度・授業方法）・評価基準

・資料：テキスト・演習問題・ホームページ

・サポート：オフィスアワー・Math Clinic・数学相談室
ただし評価は各担当教員の責任で行います。

(2) 授業時間内に演習を行う

この授業では、1 コマ = 講義 60 分 + 演習 30 分 + 自宅学習、として、授業時間内の 30 分を演習にあてています。演習では、その日の講義内容を身につけることを目標に、教員と TA が巡回し個別の質問に対応します。授業参加度を評価に加え、演習問題の類題を試験問題に出すので、毎週の授業参加が単位修得につながります。詳細な解答を後日、ホームページに掲載して、復習を促します。

(3) 授業時間外の手厚いサポートがある

- a) 毎日誰かの「オフィスアワー（OH）」がある
数理科学コース全教員が OH を設定しています。
- b) 毎週木曜には TA による「Math Clinic」がある
共通化により質問・応答しやすくなっています。
- c) 平日 6 限（22 年度から 5 限に移動予定）の「数学相談室」も利用可能
数電機 GP（平成 21～23 年度）の TA が担当します。

(4) テキストと連動している

シラバスに準拠したテキストを作成しました。1 回分が 1 章になっており、予復習には各章のまとめのページ・章末問題（中央が試験レベル）が使えます。自宅学習のすすめとして、わからないときに一人で読めるよう前提知識はあまり要求していません。また、進んで勉強する人のために、テキスト全部を講義するわけではありません。

(5) 評価方法

シラバスでは「期末試験 40% + その他 60%、その他 = 授業参加度、演習、レポート、試験」と記しています。標準は「授業参加度 20% + 中間 40% + 期末 4

0%」です。要するに、全出席+試験50%で合格ですが、クラスによっては、期末試験100%との最大を取ること、中間試験で悪くても挽回可能としています。

授業参加度（出席点）により、毎週の参加を促しています。ただし白紙は0点です。

中間・期末試験の出題は、毎週の演習内容を基準としています。テキスト章末演習問題では真ん中付近の問題のレベルに対応します。学習目標は明確なはずですが。

(6) 注意事項：クラスを間違えないこと！

クラス指定科目なので、指定されたクラスで履修しないとけません。履修申請でクラスを間違えないこと！毎年、1%くらいの方が申請ミスをしてしまいます。

まとめ：初回授業で伝えること

「きちんと教えるから、ちゃんとついて来い」

- ・ 組織立てられたカリキュラム
- ・ しっかりとしたサポート体制

「やればできる」

毎回出席し、まじめに準備すれば単位は取れる

2. オリエンテーション（教員向け）

さて、以上の説明を、担当者全員がせねばなりません。大学の数学の通常の講義のスタイルと異なるため、特に初めて担当される先生は不安と緊張を感じることもあるかと思います。講義の進め方について同意を得る必要もあり、初回授業前に、教員ミーティングを行います。

共通化できる作業はコーディネータが行います。たとえば、演習問題の作成、HPの更新、シラバスの作成、教科書の発注、などです。

3. 成果

たいていの学生が、一定の計算力をつけて単位修得しているといえるでしょう。合格率は9割程度、評定平均3.5程度です。試験問題の配点も明示されており公平性は高いと思われます。

以下は客観的なデータに基づいたものではなく、この授業方法の前後での主観的な感想であることをお断りしておきます。まんべんなく出題するため、単位を取得し

た、ということが、一定の知識を保持していることを保証しやすいかと思います。しかも到達レベルは他大学に比較して決して低くないと考えています。ほとんどの学生が固有値・固有ベクトルの計算は一応できるようになります。講義に出席しない一部の学生を除くと、極端にできない学生が稀になったと感じています。

ただし、学生がみな「分かっている」わけではありません。一般論の証明をしばしば省略するため（できる学生はテキストを読んで補えるようにはしてありますが）、理論的骨格は弱くなりがちです。そのため、せっかく学んだ計算技術も概念も、使わなければすぐ忘れてしまいます。この後に続く講義におかれましては、線形代数を大いに使っていただきたく、よろしく願いいたします。

4. 授業の工夫例

嫌でも取らねばならない科目でどのようにやる気を引き出して実力を付けるか、という観点からの工夫となります。数学の場合「抽象的で何の役に立つのかわからないのでやる気が起きない」といった声をよく聞きますので、それに応えるよう心がけています。

私の場合は、線形代数を学ぶことのご利益は、初回授業では簡単にしか述べません。数学的内容を知らない段階ではお題目を唱えるだけになってしまい、細かく言っても実感がわかないと感じるからです。後の講義において、学習意欲を高めるため、折に触れて応用例をごく簡単に紹介しています。以下は今年度、化学コース向けの講義で実際に用いた例です。

- ・ 分子軌道法によるブタジエンの π 電子の計算（固有値・固有ベクトル）
- ・ エタノールの代謝の離散モデル（ジョルダン標準形）
- ・ シクロヘキサンの椅子型・舟型の平衡状態（行列の極限）
- ・ カーボンナノチューブの構造と電気抵抗（写像、直交変換）
- ・ 電子雲とシュレーディンガー方程式（エルミート行列のユニタリ対角化）

参考文献

小林正典、首都大学東京における理工系線形代数・微積分初等教育、数学教育の会 2008 年夏の集会、平成20年9月13日

線形代数 I (b, c, d, e, f, g)

クラス	時間	教室	担当教員	研究室	内線	メール(@tmu.ac.jp)	TA
線形代数 Ib	金曜3時限	1-201	黒田 茂	8-664	3162	kuroda	小椋 直樹
線形代数 Ic	水曜1時限	1-110	相馬 輝彦	8-625	3146	tsoma	白根 竹人
線形代数 Id	水曜1時限	1-210	間庭 正明	8-627	3163	mmaniwa	田中 覚
線形代数 Ie	水曜1時限	1-220	神島 芳宣	8-633	3142	kami	宮崎 隆史
線形代数 If	金曜3時限	1-210	小林 正典	8-670	3134	kobayashi-masanori	真瀬 真樹子
線形代数 Ig	金曜3時限	1-301	下村 明洋	8-631	3138	shimomur	佐藤 宏平

オフィスアワー

月曜日 5時限(16:20-17:50): 横田 (8-626)
 火曜日 4時限(14:40-16:10): 相馬 (8-625)
 火曜日 5時限(16:20-17:50): 小林 (8-670)
 水曜日 4時限(14:40-16:10): 神島 (8-633)
 水曜日 5時限(16:20-17:50): 間庭 (8-627)
 木曜日 4時限(14:40-16:10): Math Clinic(8号館6階エレベータホール)
 金曜日 4時限(14:40-16:10): 黒田 (8-664)
 金曜日 5時限(16:20-17:50): 下村 (8-631)

数電機G PのTAによる
 「数学相談室」も利用可能
 月～金6限 1 - 309

- 質問などあれば、上記の時間に自由に来てください(予約不要)。担当教員と異なる先生でも構いません。
- 木曜4時限は2名のTA(ティーチング・アシスタント)がじっくり質問に答えます。ぜひ活用してください！(ただし質問時間は厳守のこと)

- 履修申請のとき、クラスを間違えないように注意してください。
- 教科書:「線形代数 講義と演習」小林・寺尾著 培風館(できるだけ早く用意しておいてください。)

問題の解答(PDFファイル)(WEBに掲載します)

講義について

- 線形代数 I (b, c, d, e, f, g) は、6人の教員が共同で責任を持ちます。同一の教科書を用い、同じ進捗で進む予定です。
- 自分の頭を働かせ、手を動かして、問題を解く能力をつけることを目標とします。そのために、TAの協力を得て、毎回の授業の終わりの30分ほどを演習形式で行います。解く問題は基本的で易しい問題ですが、その問題を自分で解くことによって、その日の講義の内容のエッセンスを自分のものにするを目指します。解いている間に、TAと二人で机間巡回し、学生を助けたり、質問に答えたりします。解いた結果は授業の最後に提出してもらい、出席点とします。ただし、内容によっては(白紙など)評価しません。
- 成績は、期末試験40%とその他(授業参加度、演習、レポート、試験)60%で評価します。

講義予定

- 行列とその演算
- 正方行列
- 正則行列, 行列のブロック分割
- 連立1次方程式の解法(掃き出し法)
- 掃き出し法の応用
- 行列式とその性質
- 中間試験
- 余因子展開
- 行列の積の行列式, 行列式の逆行列・連立1次方程式への応用
- ベクトル空間
- 部分空間
- 計量ベクトル空間
- 空間ベクトル・外積
- 期末試験

